ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VIII.

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

Se si pensa che dato un gruppo è sempre possibile presentare le sue equazioni di definizione sotto la forma di Engel, sembrerà giustificato l'assumere quel gruppo come rappresentante di tutti quegli altri che hanno a comune con esso la stessa forma. E siccome tra questi vi è sempre, come si è visto precedentemente, un gruppo con le traslazioni si potrà ogni volta assumere come rappresentante appunto questo gruppo. Il problema della determinazione dei gruppi continui in uno spazio ad n dimensioni viene così considerevolmente semplificato.

Matematica. — *Sulle equazioni a coppie di integrali ortogonali.* Nota di T. Levi-Civita, presentata dal Socio Beltrami.

Le equazioni

$$\text{(E)} \qquad \frac{\partial u}{\partial z} = \mathrm{A}\frac{\partial u}{\partial x} + \mathrm{B}\frac{\partial u}{\partial y}$$

tali che, per ogni famiglia $f_1(x, y, z) = \text{cost}$ *di superficie integrali, ne esiste un' altra ortogonale* $f_2(x, y, z) = \text{cost}$, *sono tutte e soltanto quelle, le cui caratteristiche*

$$\frac{dx}{\mathrm{A}} = \frac{dy}{\mathrm{B}} = -dz$$

godono della seguente proprietà:

Le rette cicliche, che, corrispondentemente ad ogni punto P *dello spazio, giacciono nel piano* π, *normale in quel punto alla caratteristica, non esauriscono, come nel caso generale, il complesso ciclico, ma formano soltanto un sistema* ∞^2, *cioè due congruenze* (coniugate, quando i coefficienti A e B sono reali).

Ho stabilito non è guari questo risultato con procedimento analitico [1]. Eccone una brevissima dimostrazione sintetica.

Sieno P e Q due punti generici dello spazio, π e χ i rispettivi piani normali alle caratteristiche. Per ogni famiglia $f(x, y, z) = \text{cost}$ di superficie integrali, diciamo ordinatamente a e b le intersezioni con π e χ dei piani tangenti α, β in P, Q.

Facendo variare la famiglia f, si viene a porre una corrispondenza fra le rette a del fascio (π, P) (così designamo il fascio, che appartiene al piano π ed ha P per centro) e le rette b del fascio (χ, Q). Per la natura della equazione (E), questa corrispondenza è tale che, ad una coppia qualunque di rette ortogonali del primo fascio, corrisponde nel secondo una coppia

[1] Cfr. la Nota precedente: *Sulle congruenze di curve.*

pure ortogonale, quindi alle rette cicliche i, i' di (π, P) rispettivamente le j, j' di (χ, Q).

Di quà risulta che quella particolare famiglia $\varphi(x, y, z) = \text{cost}$ di integrali della (E), il cui piano tangente α in P taglia π secondo i (famiglia che si può sempre costruire) interseca ogni altro piano χ secondo una retta j pure ciclica.

Si vede poi subito che α è un piano ciclico, cioè tangente al cono I^2, che proietta da P il cerchio immaginario all' infinito.

Infatti, per ciascuna coppia di integrali ortogonali di (E), i rispettivi piani tangenti in P sono coniugati rispetto ad I^2, perciò α risulta coniugato a sè stesso, ossia ciclico. Lo stesso evidentemente è a dirsi di ogni altro piano tangente alla superficie $\varphi(x, y, z) = \text{cost}$.

Assumiamo ora il punto Q vicinissimo a P sopra i: A meno di infinitesimi d' ordine superiore, esso si può risguardare situato sopra la superficie $\varphi(x, y, z) = \text{cost}$, che passa per P, e quindi il piano tangente β in Q contiene la retta PQ, cioè i. D' altra parte, per quanto s' è osservato, è questa l' unica retta ciclica, passante per Q e situata in β. Ne viene che la intersezione j di β con χ è la stessa retta i.

Dimostrato ciò per il punto Q di i, contiguo a P, si conclude con facile illazione che lo stesso vale per ogni punto Q della i.

In altri termini, la corrispondenza, che la considerazione delle superficie $\varphi(x, y, z) = \text{cost}$ stabilisce fra ogni punto P dello spazio e una delle due rette cicliche i del fascio (π, P) è tale che, ad ogni altro punto di i, corrisponde sempre la retta stessa.

Le i costituiscono dunque una congruenza (e così le i'), giusta l' asserto.

La reciproca è pur vera, come si riconosce in modo perfettamente analogo.

Fisica. — *Sul ripiegamento dei raggi Röntgen dietro gli ostacoli* (1). Nota dei dott. R. Malagoli e C. Bonacini, presentata dal Socio Blaserna.

1. L'idea di un ripiegamento dei raggi X dietro gli ostacoli sorse fino dalle prime ricerche fatte intorno ad essi.

In certe apparenze di penombre che vennero notate nelle imagini di fenditure o di reticoli, si vollero vedere delle vere frangie di diffrazione, e si cercò subito di dedurne valori per le lunghezze d' onda dei raggi X, od almeno dei limiti superiori (2).

Nello stesso tempo si ebbero numerose osservazioni dirette di un apparente ripiegamento dei nuovi raggi (3), essendosi constatato che essi manifestavano

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto tecnico di Modena.

(2) Cfr. lavori di Perrin, Sagnac, Calmette et Lhuillier, Gouy, Fomme, Kümmel, Precht, ecc.

(3) Ròiti, Rend. Lincei, marzo 1896; Villari (ibid); Righi, ecc.