ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VIII.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

rine dei Cimini, stanno in pieno accordo con quello che lo Stoppani aveva osservato e che uno di noi riconfermò nei dintorni d'Orvieto e con quanto venne indicato da uno di noi nel pliocene della strada fra Radicofani e Proceno; queste ultime osservazioni infatti provarono che pure nel sistema Vulsinio le eruzioni cominciarono, sottomarine, negli ultimi tempi del Pliocene.

Matematica. — *Sopra alcuni complessi omaloidi di sfere.* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio F. Siacci.

I complessi di sfere, dei quali mi occupo in questo lavoro, sono del 7°, 6°, 5°, 4°, 3° e 2° grado, e posseggono notevolissime proprietà. Essi prendono origine dalla considerazione di 2 gruppi di sfere G_1, G_2 in relazione proiettiva, e dal cercare nel fascio di 2 sfere corrispondenti S_1, S_2 la sfera S, ortogonale alla sfera S_3 che, in un altro gruppo G_3 proiettivo a G_1, G_2 corrisponde ad S_1, S_2. Questo problema è, in sostanza, equivalente all' altro di cercare sulla retta che unisce 2 punti corrispondenti M_1, M_2 qualunque di 2 spazî omografici a 3 dimensioni Σ_1, Σ_2 il punto coniugato al punto M_3 corrispondente di M_1, M_2 in un terzo spazio M_3 omografico a Σ_1, Σ_2, rispetto ad una quadrica a 3 dimensioni, non degenere,

$$\varphi = \Sigma a_{ik}\, x_i\, x_k = 0\,,$$

il cui spazio $\mathfrak{S}$ abbracci $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$. E poichè, detto P il polo di Σ_3 rispetto a φ, gli spazî polari dei punti di Σ_3 formano uno *stelloide* attorno a P, reciprocamente riferito a Σ_1, Σ_2, il medesimo problema coincide pure con quello il quale consiste, dati Σ_1, Σ_2 come sopra, ed uno stelloide (P) di spazî a 3 dimensioni in dipendenza correlativa con essi in uno spazio a 4 dimensioni $\mathfrak{S}$, nel determinare il luogo dei punti comuni alle rette che uniscono le coppie di punti corrispondenti di Σ_1, Σ_2 ed agli spazî che a tali punti corrispondono in (P); poichè, dati Σ_1, Σ_2, (P) si può sostituire (P) con lo spazio polare rispetto ad una quadrica, non degenere, arbitrariamente presa. Da ciò sorge un triplice modo di trattare il problema.

1. Trattandolo dapprima nella seconda forma, abbiamo che, supposte essere

$$x'_i \equiv f_i(x)\;,\quad x''_i \equiv f''_i(x)\,, \tag{1}$$

ove si ha successivamente

$$h_i(x) = h_{i1}x_1 + h_{i2}x_2 + \cdots + h_{i5}x_5$$
$$\det|h_{ik}| \neq 0\;;\; h \equiv f', f''\;;\; i = 1, 2, \ldots, 5\,,$$

e sono x_i, x_i', x_i'' coordinate di punti in $\mathfrak{S}$, le formule le quali stabiliscono le trasformazioni omografiche di $\mathfrak{S}$ in sè stesso che abbracciano le dipendenze proiettive fra Σ_1 e Σ_3, Σ_2 e Σ_3 rispettivamente, sulla congiungente di 2 punti corrispondenti x', x'' di Σ_1, Σ_2, un punto ha per coordinate z_i espressioni della forma

$$z_i \equiv \lambda x'_i + \mu x''_i \qquad (2)$$
$$(i = 1, 2, \dots, 5);$$

epperò, dovendo essere z ed x coniugati rispetto a φ, detta $\varphi_{xh} (h \equiv x', x'')$ la semi-forma polare del punto h rispetto a φ, bisognerà che si abbia

$$\lambda \varphi_{xx'} + \mu \varphi_{xx''} = 0,$$

ovvero, tenendo conto delle (1):

$$\lambda \varphi_{xf'} + \mu \varphi_{xf''} = 0.$$

Ne segue che si avrà, per le (2), e per $x'_i \equiv f'_i$, $x''_i \equiv f''_i$

$$z_i \equiv \varphi_{xf'} \cdot f''_i - \varphi_{xf''} \cdot f'_i \qquad (3)$$
$$(i = 1, 2, \dots, 5).$$

In queste formule non vi è traccia di Σ_1, epperò si può supporre di prendere, per Σ_1, un' equazione arbitraria

$$u_x = u_1 x_1 + u_2 x_2 + \cdots + u_5 x_5 = 0, \qquad (4)$$

ed allora *il luogo in quistione si presenta come dato simultaneamente dalle equazioni* (3) *e* (4).

Prendendo per la (4) la $x_5 = 0$, e ponendo

$$a_{i1} x_1 + \cdots + a_{i4} x_4 = \psi_i$$
$$h_{i1} x_1 + \cdots + h_{i4} x_4 = k_i$$

con $i = 1, 2, \dots, 5$, $h \equiv f', f''$ e corrispondentemente $k \equiv g', g''$, alla considerazione simultanea delle (3), (4) può essere sostituita la considerazione delle sole formule

$$z_i \equiv \psi_{g'} \cdot g''_i - \psi_{g''} \cdot g'_i \qquad (3')$$
$$(i = 1, 2, \dots, 5)$$

le quali dànno le coordinate di un punto del luogo domandato in funzione razionale intiera ed omogenea del 3° grado delle coordinate $x_1, \dots, x_4$ di un punto di Σ_1, e che possono essere considerate siccome *formule di rappresentazione di esso su questo* Σ_1.

2. A formule non diverse dalle precedenti si arriva trattando il problema nella 3ª forma. Possiamo infatti supporre scritte nel modo seguente le equazioni di Σ_1, Σ_2, (P):

$$
(5)\qquad
\begin{aligned}
\lambda_1 u_\alpha + \lambda_2 u_\beta + \lambda_3 u_\gamma + \lambda_4 u_\delta &= 0\\
\lambda_1 u_{\alpha'} + \lambda_2 u_{\beta'} + \lambda_3 u_{\gamma'} + \lambda_4 u_{\delta'} &= 0\\
\lambda_1 p_x + \lambda_2 q_x + \lambda_3 r_x + \lambda_4 s_x &= 0\,,
\end{aligned}
$$

ove $h_\varepsilon = h_1\varepsilon_1 + \cdots + h_5\varepsilon_5$; con $h \equiv u$ per $\varepsilon \equiv \alpha, \ldots, \delta, \alpha', \ldots, \delta'$; e con $h \equiv p, \ldots, s$ per $\varepsilon \equiv x$, ed ove $x_1, \ldots, x_5$ sono le coordinate di un punto, $u_1, \ldots, u_5$ quelle di un iperpiano di $\mathfrak{S}$. Abbiamo allora che, sulla congiungente di 2 punti corrispondenti di Σ_1, Σ_2 un punto z_i $(i = 1, \ldots, 5)$ ha per coordinate espressioni della forma

$$z_i = \lambda(\lambda_1\alpha_i + \cdots + \lambda_4\delta_i) + \mu(\lambda_1\alpha'_i + \cdots + \lambda_4\delta'_i)\,;$$

epperò, esso starà nell'iperpiano che a detti punti corrisponde in (P) se, posto per brevità

$$
\begin{aligned}
\varphi(\lambda) &= \lambda_1(\lambda_1 p_\alpha + \cdots + \lambda_4 p_\delta) + \cdots + \lambda_4(\lambda_1 s_\alpha + \cdots + \lambda_4 s_\delta)\\
\varphi'(\lambda) &= \lambda_1(\lambda_1 p_{\alpha'} + \cdots + \lambda_4 p_{\delta'}) + \cdots + \lambda_4(\lambda_1 s_{\alpha'} + \cdots + \lambda_4 s_{\delta'})\,,
\end{aligned}
$$

si abbia $\lambda : \mu = \varphi'(\lambda) : -\varphi(\lambda)$; quindi si avranno le formule

$$
(3'')\qquad
\begin{gathered}
z_i \equiv (\lambda_1\alpha_i + \cdots + \lambda_4\delta_i)\,\varphi'(\lambda) - (\lambda_1\alpha'_i + \cdots + \lambda_4\delta'_i)\,\varphi(\lambda)\\
(i = 1, 2, \ldots 5)\,,
\end{gathered}
$$

che combinano appunto con le (3′).

3. Per dare alle formule (3′) una forma propria del caso in cui si tratti di sfere, si può supporre di far uso di coordinate penta-sferiche, delle quali Darboux [1] ha fatta l'introduzione nell'analisi geometrica. Allora, bisognerà supporre che si abbia

$$a_{ii} = 1\,,\ a_{ik} = 0$$

per $i, k = 1, 2, \ldots, 5$: epperò che sia pure

$$\psi_i = x_i\,, (i = 1, \ldots, 4)\,;\ \psi_5 = 0\,,$$

con che si avrà

$$\psi_{g'} = g'_1 x_1 + \cdots + g'_4 x_4\,,\quad \psi_{g''} = g''_1 x_1 + \cdots + g''_4 x_4\,.$$

Le formule domandate sono, dunque, le seguenti:

$$
(6)\qquad
\begin{gathered}
z_i \equiv (g'_1 x_1 + \cdots + g'_4 x_4)\,g''_i - (g''_1 x_1 + \cdots + g''_4 x_4)\,g'_i\\
(i = 1, 2, \ldots, 5)
\end{gathered}
$$

[1] *Leçons sur la théorie des surfaces* etc., tomo I; et *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques.*

Nel caso attuale, seguendo l' uso comune, chiameremo *complesso* il luogo di cui si tratta, e lo indicheremo col simbolo Θ. Per cercarne il grado basterà vedere quante sfere esso contiene le quali siano ortogonali a 3 sfere arbitrariamente prese; o, il che fa lo stesso, indicando con $u_1, u_2, \ldots, u_5$ dei parametri omogenei variabili, in quanti punti 3 qualunque delle superficie del sistema

$$(g_1'x_1 + \cdots + g'_4x_4)\, u_{g''} - (g''_1x_1 + \cdots + g''_4x_4)\, u_{g'} = 0 \tag{7}$$

descritte dal punto $(x_1, \ldots, x_4)$ si tagliano, che non siano comuni a tutte. Queste superficie sono del 3° ordine, e se, come dapprima supponiamo, non è possibile per valori delle $x_1, \ldots, x_4$ rendere $g''_i \equiv g'_i$ $(i = 1, 2, \ldots, 5)$, tutte hanno a comune soltanto i punti della quartica Q_4, intersezione delle 2 quadriche:

$$k \equiv k_1x_1 + \cdots + k_4x_4 = 0\,, \; (k \equiv g', g'') \tag{8}$$

Invece, se è possibile rendere $g_i'' \equiv g'_i$ $(i = 1, 2, \ldots, 5)$ per il che occorrerà l' esistenza di valori di ϱ pei quali la caratteristica della matrice

$$\begin{vmatrix} f''_{11} - \varrho f'_{11} & \ldots & f''_{14} - \varrho f'_{14} \\ f''_{21} - \varrho f'_{21} & \ldots & f''_{24} - \varrho f'_{24} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ f''_{51} - \varrho f'_{51} & \ldots & f''_{54} - \varrho f'_{54} \end{vmatrix} \tag{9}$$

sia inferiore a 4, varî casi possono presentarsi. Se ϱ_1 è un valore di ϱ pel quale detta caratteristica è h, il sistema delle equazioni

$$g''_i - \varrho_1 g'_i = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, 5) \tag{10}$$

è $3 - h$ volte indeterminato; epperò l' equazione (7) sarà soddisfatta, indipendentemente dalle u_i $(i = 1, 2, \ldots, 5)$, dalle coordinate di un punto P_1, da quelle dei punti di una retta r_1, o da quelle dei punti di un piano π, secondochè $h = 3, 2, 1$; il caso di $h = 0$ dovendo essere escluso perchè allora tutte le f''_{ik} sono proporzionali alle corrispondenti f'_{ik} $(k = 1, \ldots, 4)$.

Se si scrivono le equazioni

$$x'_i \equiv g'_i(x)\,, \; x''_i \equiv g''_i(x) \quad (i = 1, 2, \ldots, 5),$$

in grazia della scelta fatta del gruppo G_3, queste rappresentano la dipendenza proiettiva fra i gruppi G_1, G_2; epperò la quistione precedente è quella stessa che riguarda gli elementi uniti di detta dipendenza. Se, dunque, supponiamo che G_1 e G_2 non siano sovrapposti, i valori di ϱ, come ϱ_1, contati ciascuno col suo grado di multiplicità, non possono essere in numero superiore a 3; epperò i seguenti casi possono darsi: 1° o esistono 3 valori di ϱ_1 per ciascuno dei quali è $h = 3$, e questi valori possono essere tutti, o in parte, distinti o coincidenti; 2° o esiste un valore ϱ_1 per cui $h=3$ ed un valore ϱ_1 (equivalente a due coincidenti) pel quale $4=2$; 3° o esiste un valore ϱ_1 (equivalente a 3 coincidenti) pel quale $h=1$.

Nel caso 1° le superficie cubiche del sistema (7) hanno, oltre alla quartica Q_4, in comune 1, 2, 3 punti che diremo P_1, P_2, P_3; nel caso 2° dette superficie hanno a comune, oltre Q_4, una retta r, o una retta r ed un punto P; nel caso 3° hanno poi a comune un piano, epperò si riducono ad un sistema lineare di quadriche.

In quest' ultimo caso, esistono dei numeri $\sigma_1=1$, σ_2, σ_3, σ_4 tali che

$$f''_{ki}-\varrho f'_{ki}=\sigma_k(f''_{1i}-\varrho f'_{1i})$$

per $k=1,\ldots,4$ e per ogni valore di $i=1,\ldots,4$. Da queste relazioni si ricava, moltiplicando per $x_1,\ldots,x_4$ corrispondentemente ai valori $1,\ldots,4$ di i:

$$g''_k-\varrho g'_k=\sigma_k(g''_1-\varrho g'_1),$$

e quindi pure con analoga operazione

$$g''_x-\varrho g'_x=\sigma_x(g''_1-\varrho g_1').$$

Ne segue che si avrà

$$g''_i=\varrho g'_i+\sigma_i(g''_1-\varrho g'_1)\ ,\quad g''_x=\varrho g'_x+\sigma_x(g''_1-\varrho g'_1)\,,$$

e quindi, in sostituzione delle formule (3'), le seguenti

$$z_i\equiv(g''_1-\varrho g'_1)\{\sigma_i g''_x-\sigma_x g'_i\}$$
$$(i=1,2,\ldots,5),$$

ovvero, più semplicemente,

$$z_i\equiv\sigma_i g'_x-\sigma_x g'_i\,. \tag{11}$$

Il sistema lineare delle quadriche a cui si riduce il sistema (7), è dunque dato dalla equazione

$$u_\sigma g'_x-u_{g'}\sigma_x=0\,, \tag{12}$$

il piano che così viene a separarsi da tutte le superficie del sistema (7) essendo il piano di equazione $g''_1-\varrho g_1'\equiv g''_k-\varrho g'_k=0$.

4. Le quadriche (12) hanno a comune la conica

$$g'_x=0\ ,\quad \sigma_x=0,$$

dunque 3 qualunque di esse si taglieranno ulteriormente in 2 punti variabili con le quadriche stesse, e quindi, nel caso in esame, *il complesso* Θ *è del* 2° *grado*.

Cerchiamo ora in quanti punti, fuori della quartica Q_4, si tagliano 3 superficie qualunque del sistema (7). Due qualunque di esse, quelle corrispondenti ai valori $u_i^{(1)}$, $u_i^{(2)}$ dei parametri u_i $(i=1,2,\ldots 5)$ si tagliano in una quintica Q_5 la quale è appoggiata in 8 punti a Q_4, perchè giace nell' iperboloide $[u^{(1)}, u^{(2)}]$ generato dai fasci proiettivi

$$u^{(1)}_{g'} - \lambda u^{(1)}_{g''} = 0\,,\quad u^{(2)}_{g'} - \lambda u^{(2)}_{g''} = 0\,, \tag{13}$$

le cui generatrici sono sue bisecanti. Dunque, Q_5 avrà ulteriormente 7 punti in comune con un' altra superficie del sistema, ed *il complesso* Θ, *sarà perciò, nel caso generale, del grado* 7°, *ed ove fosse* $h = 3$ *del grado* 6°, 5°, 4° *secondochè corrispondentemente vi sono 1, 2, 3, dei punti* P_i.

Se $h = 2$, la quintica Q_5 si scinde nella retta r, comune (come si è visto) a tutte le superficie del sistema (7) ed in una quartica Q'_4 della quale r è una bisecante perchè conta fra le generatrici dell' iperboloide $[u^{(1)}, u^{(2)}]$. Questa r è poi pure una bisecante di Q_4 perchè, nel fascio che ha per base la Q_4, vi è l' iperboloide $g''_x - \varrho_1 g'_x = 0$, il quale passa per r; epperò Q'_4 si appoggia a Q_4 in 6 punti. Ne segue che dei 12 punti comuni a Q'_4 e ad una superficie arbitraria del sistema (7) ve ne sono $6 + 2 = 8$ fuori di Q_4 e di r, cioè fuori del sistema delle linee e dei punti base di (7). Dunque, *il complesso* Θ, *nel caso in esame, è del* 3°, *o del* 4° *grado, secondochè, insieme ad* r, *si presenta, o non, il punto* P. Il caso del complesso del 4° grado, qui considerato, è distinto da quello esaminato precedentemente; epperò, se ne conclude, che vi sono 2 specie di complessi Θ del 4° grado. Corrispondentemente ai varî casi esaminati possiamo frattanto rappresentare il complesso Θ con $\Theta_n (n = 2, 7, 6, 5)$, $\Theta_4^{(1)}$, $\Theta_4^{(2)}$, Θ_3.

5. Il complesso Θ possiede delle sfere multiple. In primo luogo è da osservarsi che la sfera centrale del gruppo G_3 è *semplice* pei complessi $\Theta_4^{(1)}$, Θ_3, Θ_2, *doppia* pel complesso $\Theta_4^{(2)}$ e *multipla secondo* $n - 3$ pei rimanenti complessi.

Infatti, alle 4 equazioni $z_1 = 0, \ldots, z_4 = 0$, è possibile soddisfare con valori delle $x_1, \ldots, x_4$ che non soddisfino alla $x_5 = 0$, facendo in modo che si abbia

$$g''_1 : g'_1 = \cdots = g''_4 : g'_4 \mp g''_5 : g'_5\,;$$

cioè determinando il valore comune σ dei primi 4 di questi rapporti, in modo che sia nullo il determinante

$$|f''_{ik} - \sigma f'_{ik}| \quad (i, k = 1, \ldots, 4)$$

formato colle prime 4 orizzontali della matrice (9) senza che siano nulli gli altri determinanti di questa matrice. Segue da ciò la verità dell' asserto.

Per cercare le altre sfere multiple di Θ, si osservi che la sfera comune alla rete (al gruppo) che contiene 2 fasci (reti) corrispondenti di G_1, G_2 ed alla rete (al fascio) corrispondenti di quelli in G_3, è doppia (tripla) per Θ_n se non è $n = 2$ $(n = 3, 2)$. Dunque, esiste una congruenza doppia C per Θ_n se $n > 2$, ed un sistema ∞^1,T, di sfere triple se $n > 3$. Per ciò che concerne gli ordini di C e T, è più facile trovarli riferendosi al terzo modo, indicato sin dal principio, di studiare il complesso. Infatti, in Σ_1, i piani che coi loro corrispondenti in Σ_2 stanno in uno stesso spazio formano una sviluppabile di 3ª classe, generale o decomposta; dunque, detta i questa classe, o quella della parte di tale sviluppabile *utile* per la questione che trattiamo, e j la multiplicità della sfera centrale di G_3 per C, o per T (ordine di multiplicità che, nel caso generale, è lo stesso per Θ) il cono dello stelloide (P) il quale proietta T sarà dell'ordine i; epperò T *dell'ordine* $i+j$. Similmente, se i' è l'ordine del sistema di rette che uniscono le coppie di punti omologhi di 2 piani corrispondenti qualunque di Σ_1, Σ_2 che stanno in uno stesso spazio, l'*ordine* di C è $i'+j$.

6. Lo studio del complesso Θ, nei varî casi, si presenta facilitato dallo studio della varietà (che riempie tutto lo spazio) dei centri delle sue sfere, in relazione alla rappresentazione di questa sulla stessa varietà lineare di punti $(x_1, \ldots, x_4)$ sulla quale è stato rappresentato il complesso. Da formule date dal Darboux (loc. cit.) deduciamo che, indicando con ξ, η, ζ le coordinate cartesiane del centro della sfera le cui coordinate pentasferiche sono $z_1, \ldots, z_5$, rispetto ad un sistema ortogonale di sfere S_i $(i=1, \ldots, 5)$ di centri (ξ_i, η_i, ζ_i) e di raggi $R_i = \varrho_i^{-1}$, fra le ξ, η, ζ e le $z_1, \ldots, z_5$ sussistono le relazioni

$$\xi : \eta : \zeta : 1 = \Sigma\varrho_i\xi_i z_i : \Sigma\varrho_i\eta_i z_i : \Sigma\varrho_i\zeta_i z_i : \Sigma\varrho_i z_i ;$$

quindi, ponendo per brevità

$$\varrho\xi_i = \xi'_i, \varrho_i\eta_i = \eta'_i, \varrho_i\zeta_i = \zeta'_i, k_\chi = \Sigma k_i\chi_i$$
$$(i=1, \ldots, 5;\ k \equiv g', g'',\ \chi = \xi', \eta', \zeta', \varrho)$$

le formule (6) daranno, per quella rappresentazione, le seguenti

$$(14) \qquad \left.\begin{aligned} \xi &= g'_x g''_{\xi'} - g''_x g'_{\xi'} \\ \eta &= g'_x g''_{\eta'} - g''_x g'_{\eta'} \\ \zeta &= g'_x g''_{\zeta'} - g''_x g'_{\zeta'} \end{aligned}\right\} \div g'_x g''_\varrho - g''_x g'_\varrho ,$$

che, nel caso del complesso Θ_2 diventano queste altre

$$(15) \qquad \left.\begin{aligned} \xi &= g'_x \sigma_{\xi'} - \sigma_x g'_{\xi'} \\ \eta &= g'_x \sigma_{\eta'} - \sigma_x g'_{\eta'} \\ \zeta &= g'_x \sigma_{\zeta'} - \sigma_x g'_{\zeta'} \end{aligned}\right\} \div g'_x \sigma_\varrho - \sigma_x g'_\varrho$$

Le formule (14) sono quelle di una trasformazione $(1, n)$. Le (15) quelle di una trasformazione quadratica doppia di 1ª specie.

Per far cenno di qualcuna delle conseguenze che si deducono immediatamente da queste formule, noterò, p. es., 1° che *le congruenze simmetriche del complesso sono rappresentate dalle superficie del sistema*

$$g'_x(u_1 g''_{\xi'} + u_2 g''_{\eta'} + u_3 g''_{\zeta'} + u_4 g''_\varrho) - g''_x(u_1 g'_{\xi'} + u_2 g'_{\eta'} + u_3 g'_{\zeta'} + u_4 g'_\varrho) = 0;$$

ove $u_1, \ldots, u_4$ *sono le coordinate dei piani centrali delle congruenze*; 1° che, in particolare, *la superficie la quale rappresenta i piani del complesso* Θ_n *è la superficie*

$$g'_x g''_\rho - g''_x g'_\rho = 0 ;$$

3° che *questi piani hanno un inviluppo della classe* n; ecc. ecc.

Queste ultime equazioni, e conclusioni, sono state riferite alle (14); analoghe se ne hanno riferendosi alle (15) che sono contenute in quelle a meno di un fattore estraneo. Per quanto riguarda il luogo dei punti-sfera del complesso, si osserverà che, quadrando le (6), sommandole, ed uguagliando a zero il risultato, si ottiene l'equazione della superficie rappresentatrice.

Fisiologia. — *Il sodio e il potassio negli eritrociti del sangue durante il digiuno, nell' avvelenamento con fosforo,* ecc. Nota del dott. Fil. Bottazzi e di I. Cappelli, presentata dal Corrispondente Fano [1].

A. *Influenza del digiuno.*

(21 decembre 1895). — I. Cane giovane, già smilzato un mese avanti, del resto in ottime condizioni, del peso di gr. 20900.

Si tolgono cm^3 50 di sangue dalla giugulare. — Eritrociti del sangue venoso normale.

Materiale secco impiegato	gr. 1,8716
Soda °/₀ . . .	gr. 0,2896
Potassa » . . .	» 0,0263

(30 decembre 1895). — Peso dell'animale: gr. 18180. Esso è in ottime condizioni. Si tolgono 30 cm^3 di sangue dall' arteria femorale. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato	gr. 2,2236
Soda °/₀ . . .	gr. 0,2837
Potassa » . . .	» 0,0260

(9 gennaio 1896). — Peso dell'animale: gr. 15700. Si tolgono circa 30 cm^3 di sangue dall' arteria femorale. — Eritrociti del sangue arterioso.

Materiale secco impiegato	gr. 2,4751
Soda °/₀ . . .	gr. 0,2720
Potassa » . . .	» 0,0260

[1] Questa Nota fa seguito a quella pubblicata nel fascicolo precedente di questi Rendiconti. Il metodo di ricerca e d'analisi quantitativa del sodio e del potassio negli eritrociti del sangue di animali assoggettati al digiuno più o meno protratto, alla splenectomia e all' avvelenamento con fosforo, è quello già descritto nella Nota precedente.