

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VIII.

2° SEMESTRE.



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 dicembre 1899.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Intorno ad alcuni modi per correggere e per evitare l'errore di capillarità negli areometri a peso costante e a volume costante ed intorno ad alcune nuove forme dei medesimi.*
Nota I di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio BLASERNA.

1. *Metodo del Marangoni per correggere l'errore di capillarità.* — Gli areometri a peso costante per la loro semplicità e per la proprietà di essere autoindicatori, sono frequentemente in uso, nonostante l'errore non piccolo causato dalla tensione superficiale dei liquidi nei quali si fanno galleggiare e nonostante i perfezionamenti e le semplificazioni che hanno subito altri strumenti destinati allo stesso scopo, come la bilancia di Mohr, gli areometri di Reimann e di Lohnstein ecc.

Non credo che finora siano stati proposti altri metodi per correggere o per evitare l'errore suddetto in tali areometri, all'infuori di quello del Marangoni il quale usando due areometri di pesi e volumi diversi ma con tubi dello stesso diametro e considerando per ciascun liquido non i singoli pesi ed i singoli volumi immersi, ma le loro differenze, è riuscito ad eliminare per differenza l'errore suddetto. Il Sandrucci (Nuovo Cimento, 1895) giunge allo stesso risultato usando essenzialmente lo stesso metodo e la stessa formula, ma invece di usare due areometri ne usa uno solo, di cui fa variare peso e volume aggiungendo o togliendo un peso addizionale.

Questo metodo del Marangoni è certamente diretto, di esito sicuro ed anche di uso facile. Le serie di areometri molto sensibili, valevoli per tutte le

densità più comuni, cioè da 0,700 ad 1,850 si compongono necessariamente di molti areometri (talora oltre 20) e sono perciò accompagnate da un areometro cercatore, di piccolo volume e corta scala, che serve per dare un valore approssimativo della densità cercata e quindi indicare quale degli areometri della serie conviene al liquido di cui si cerca la densità; ora quest' areometro cercatore può servire altresì per effettuare la correzione col metodo del Marangoni. Giova anzi notare che è molto utile, ma non indispensabile, che tutti gli areometri della serie ed il cercatore abbiano tubi dello stesso diametro; inoltre si può evitare il calcolo colla formula del Marangoni ed invece leggere direttamente la densità cercata nell' areometro sensibile, ed apportarvi poi la correzione per la capillarità, dedotta dall' indicazione dell' areometro cercatore e che con una opportuna costruzione degli areometri può aversi senza calcolo. Difatti la condizione d' equilibrio d' un areometro galleggiante può scriversi: $d = (p + 2\pi RF) : v$ essendo p ed R il peso dell' areometro ed il raggio del suo tubo ed essendo d ed F la densità esatta e la tensione superficiale, in senso verticale, del liquido; ossia $d = D + 2\pi RF : v$ essendo D la densità erronea del liquido, quale è data direttamente dall' areometro ed affetta dall' errore di capillarità. Per il cercatore si avrà invece: $d = D' + 2\pi R'F : v$ e quindi eliminando $2\pi F$ si ricava:

$$d = D + \frac{D - D'}{R'v/Rv - 1}$$

ossia la densità esatta è uguale alla densità data direttamente dall' areometro sensibile, più una correzione espressa dal 2° termine. Scegliendo convenientemente i volumi degli areometri ed i diametri dei tubi, si può fare in modo che il denominatore del 2° termine sia 1 oppure 10; così nel caso di $R = R'$ per $v = 2v'$ oppure per $v = 11v'$ s' avrebbe:

$$d = D + (D - D') \text{ oppure } d = D + \frac{D - D'}{10}$$

formule molto semplici che si calcolano rapidamente. È utile notare che l' errore di capillarità $d - D$ è in ragione inversa del volume immerso ed in ragione diretta del diametro del tubo.

2. *Altro metodo semplice per determinare l' errore di capillarità.* — Un metodo per determinare e quindi correggere l' errore di capillarità, che ha il vantaggio di non richiedere un areometro supplementare, che non sempre si ha disponibile, e che si applica molto facilmente anche agli areometri a volume costante, è quello fondato sulla legge seguente, ovvia, ma che non ho veduto nè espressa nè applicata in nessun caso. La legge è che: *l' abbassamento che subisce un areometro per effetto della tensione superficiale del liquido nel quale galleggia, è uguale all' innalzamento medio che esso liquido subisce in un tubo aperto di ugual diametro, e più generalmente la*

depressione e l'innalzamento suddetti stanno come i raggi o i perimetri dei tubi rispettivi.

Quindi, se si prende un tubo aperto ai due capi, tale che il tubo dell'areometro vi entri giusto senza oscillarvi, e s'immerge il tubo parzialmente e verticalmente nel liquido, usando tutte le cure perchè il menisco vi si formi nelle stesse condizioni come attorno al tubo dell'areometro, l'altezza media del liquido nel tubo aperto rappresenta e misura di quanto il punto d'affioramento corretto dall'errore di capillarità sta al disotto del livello del liquido o del punto d'affioramento che realmente si osserva. Non occorre scala speciale per misurare l'altezza del liquido nel tubo aperto, potendo servire quella dell'areometro; l'errore derivante dal fatto che nelle scale dei densimetri la lunghezza degl'intervalli varia coll'altezza, è trascurabile; per altezza media si può prendere l'altezza del punto più basso del menisco al disopra del livello esterno, aumentata di $\frac{1}{3}$ dell'altezza del menisco stesso.

Se però, come spesso avviene, il tubo dell'areometro fosse piuttosto largo, l'altezza capillare in un tubo di ugual diametro sarebbe molto piccola e gli errori di parallasse, di lettura, e dell'apprezzamento del valor medio sarebbero relativamente molto grandi; in questo caso è utile di usare un tubo aperto di diametro metà o un terzo di quello dell'areometro e dividere rispettivamente per due o per tre l'altezza capillare osservata. Si può anche rendere più facile e più esatta la lettura dell'altezza capillare nei tubi un po' larghi facendovi galleggiare, entro il tubo, un dischetto di lamina sottile di mica o anche di metallo, e giova anche per osservare nettamente la posizione del livello esterno farvi galleggiare un disco della stessa lamina con un foro pel quale passa liberamente ma senza troppo intervallo il tubo suddetto. In tal modo i menischi in massima parte si spianano, e l'errore di parallasse si evita facilmente collocando l'occhio rispettivamente nel piano dei due dischi che funzionano come ottimi indici del livello del liquido.

Se il menisco non si forma regolarmente, sia dentro il tubo aperto che attorno al tubo dell'areometro, converrà pulire questi tubi nei modi soliti, ed a tal proposito è da notare che lo spirito del commercio, forse perchè impuro, è spesso inefficace, anzi dannoso, e l'acido nitrico bollente incomodo ad usarsi; invece la soluzione calda di carbonato sodico o di liscivia è comoda nell'uso ed efficace.

Che l'uguaglianza affermata dalla legge suddetta si verifichi, almeno in teoria, è pressochè evidente; in entrambi i casi essendo uguali la tensione superficiale, l'angolo di raccordamento ω e il contorno della superficie liquida a contatto del vetro, saranno pure uguali le forze che equilibrano questa tensione lungo il contorno suddetto, cioè il peso della colonnetta liquida sollevata nel tubo capillare, ed il peso della colonna di liquido spostata dall'areometro per effetto d'essa tensione. Se h è l'altezza di queste colonnette, F la tensione superficiale per mm., ω l'angolo di raccordamento ed R il raggio

esterno del tubo dell'areometro e quello interno del tubo aperto, in entrambi i casi per l'equilibrio deve essere:

$$2\pi R.F \cos \omega = \pi R^2 h d, \quad h = \frac{2F \cos \omega}{Rd}, \quad F \cos \omega = \frac{Rh}{2} d.$$

Che l'angolo di raccordamento non dipenda dalla forma della superficie del solido, risulta dall'esperienze del Volkmann (Wied. Ann.); tuttavia, siccome queste esperienze, come pure quelle del Wilhelmy (Pogg. Ann.), che determinò colla bilancia la trazione che la superficie liquida esercita su una lamina o su un cilindro immersovi parzialmente, sono state eseguite in condizioni e con apparecchi molto diversi da quelli soliti per le determinazioni cogli areometri, ho creduto utile eseguire qualche esperienza in queste ultime condizioni e direttamente sugli areometri, rendendo inoltre la depressione prodotta negli areometri galleggianti dalla tensione superficiale del liquido permanentemente visibile e paragonabile coll'altezza capillare in un tubo aperto di ugual diametro, dimodochè queste esperienze si prestano anche per la dimostrazione nella scuola, e a tale scopo mi sono servito della disposizione seguente.

3. *Modo semplice per evitare l'errore di capillarità negli areometri a scala.* — Se si infila il tubo d'un areometro o densimetro dei soliti, in un dischetto forato ossia anello piano, di lamina sottile metallica, che possa scorrere facilmente su esso tubo e star fermo per attrito a un'altezza qualsiasi, e sia largo p. es. 1 mm. o 2, e s'immerge l'areometro in un liquido finchè questo giunga all'orlo del dischetto, la superficie liquida aderisce a questo orlo piuttosto tenacemente (più per l'acqua, meno per l'alcool, meno ancora per il petrolio) e può incurvarsi all'insù o all'ingiù per un certo tratto senza staccarsene o oltrepassarlo. Quindi se il dischetto è stato collocato sufficientemente vicino al punto d'affioramento e si lascia libero, con precauzione, senza urti, l'areometro, la superficie liquida continua ad aderire all'orlo suddetto incurvandosi verso l'alto o verso il basso a seconda che il dischetto è al disopra o al disotto della posizione esatta del punto d'affioramento. Regolando la posizione del disco si può ottenere che la superficie liquida si mantenga perfettamente piana e orizzontale, ciò che si scorge agevolmente osservandovi per riflessione gli oggetti circostanti, ed in tal caso la tensione superficiale non ha componente verticale, e quindi non agisce sulla posizione dell'areometro il cui punto d'affioramento è così quello esatto senza errore di capillarità ⁽¹⁾.

Per ottenere che il dischetto possa scorrere lungo il tubo dell'areometro ma non caschi per effetto del suo peso, si può procedere in varî modi facili a

⁽¹⁾ Il principio di questo metodo è dovuto al Lohnstein che l'ha usato nell'areometro a volume costante (Wied. Ann. XLIV, pag. 61, 1891; Zeitschr. für Istrumentenkunde 1894).

immaginarsi. Si può usare un dischetto con un foro un po' piccolo, senz'altro, e le sbavature del foro possono fare da molla; converrà in tal caso prima fare il foro nella lamina sottile e poscia ritagliarla intorno al foro; però questo dischetto facilmente si sforma, e specialmente se il tubo non è ben cilindrico facilmente o non scorre, o casca. Si può saldare al dischetto due alette o striscie un po' cilindriche, le quali s'appoggino sul tubo e facciano da molla, e affinché il liquido non salga lungo di esse, occorrerà che siano saldate nel mezzo della striscia piana del disco ad ugual distanza dal tubo e dall'orlo; niente vieta che le alette si trovino al disotto del disco e stiano immerse nel liquido. Alle alette si può anche sostituire un'elica di filo metallico (della quale si può a volontà diminuire il diametro, stirandola), coll'avvertenza suddetta di saldare il filo nel mezzo della striscia piana. Si può anche fare a meno di saldare il dischetto all'elica; usai un dischetto di mica, con un foro un pochino troppo grande tale che il tubo dell'areometro vi scorresse liberamente, così l'areometro e il dischetto galleggiavano indipendentemente, abbassando però l'elica finchè veniva a contatto col disco, tale indipendenza cessava e si poteva far sparire il menisco come nei casi precedenti.

Finalmente si può anche usare una fascetta o tubetto di lamina metallica un po' sottile (spessa p. es. da $\frac{1}{10}$ a $\frac{1}{2}$ mm.), che faccia molla e possa così scorrere e fermarsi lungo il tubo. La si prepara facilmente avvolgendo strettamente per circa 2 spire una striscia rettangolare di lamina metallica, saldando il lembo esterno mentre quello interno fa da molla, e rendendo ben piano l'orlo superiore, al quale si fa poi aderire la superficie liquida.

Si può credere a prima vista che questo metodo così semplice, il quale sopprime con perfetta sicurezza l'errore di capillarità, renda inutile il metodo precedente che serve a correggerlo mediante l'altezza capillare nel tubo aperto, ma in realtà anzi i due metodi si completano reciprocamente. Il metodo dell'altezza capillare dà direttamente e automaticamente, con una precisione spesso sufficiente, la grandezza dell'errore che si vuol correggere; questa inoltre può servire per stabilire con molta approssimazione la posizione del dischetto corrispondente all'affioramento esatto, evitando così una serie di tentativi specialmente penosi se il liquido aderisce poco all'orlo del disco e facilmente lo oltrepassa. D'altra parte l'uso del dischetto scorrevole, per determinare la posizione esatta del punto d'affioramento, dà modo d'assicurarsi se la correzione ottenuta col metodo precedente è realmente esatta, e di renderla facilmente tale se non lo è.

Ho eseguito alcune esperienze per paragonare i risultati dei due metodi e per verificare come fosse soddisfatta in pratica la legge espressa nel paragrafo precedente. Ho sperimentato anzitutto con un areometro con tubo molto sottile (2,14 mm. di diametro) nel quale potevo impedire la formazione del menisco mediante una fascetta scorrevole di lamina sottile d'ottone, ed inoltre ho usato un tubo aperto ai due capi di 2,38 mm. di diametro interno (mi-

surato al pari di quello dell'areometro con un microscopio a debole ingrandimento munito di micrometro oculare). Pur volendo operare nelle condizioni solite delle misure areometriche, non mi parve utile trascurare affatto ogni cura nella ripulitura delle superfici dell'acqua e del vetro. Perciò usai acqua ricevuta direttamente dal rubinetto della condotta, e ne rinnovai spesso la superficie facendo traboccare l'acqua dal recipiente; inoltre lavai il tubo dell'areometro con soluzione calda di carbonato sodico, fregando con uno straccetto tenuto da un manico di vetro, ed evitando di tenere l'areometro direttamente colle dita; per il tubo aperto, che era vecchio e coperto di polvere e cristallizzazioni, usai prima acido nitrico caldo e poscia la soluzione suddetta.

Immerso parzialmente il tubo aperto nell'acqua, colle solite cure perchè il livello interno vi assuma una altezza costante, il valore medio di questa risultò di mm. 13,0, quindi secondo la legge di Jurin, in un tubo di 2,14 mm. di diametro interno essa altezza sarebbe stata di 14,46 mm.

Immerso contemporaneamente l'areometro nell'acqua, colla fascetta scorrevole completamente immersa, e lasciando che si formasse il menisco, determinava col catetometro la posizione della sommità dell'areometro, quindi sollevato questo tanto da poter asciugare bene con carta da filtro il tubo e la fascetta, collocavo questa in modo che facendo galleggiare con precauzione l'areometro, la superficie liquida aderente all'orlo superiore della fascetta rimanesse piana, giovandomi della determinazione fatta col tubo aperto. Determinavo allora la nuova posizione della sommità dell'areometro, che risultò più alta della precedente di 14,4 mm., valore che ottenni anche ripetendo l'esperienza e dopo rinnovata la superficie dell'acqua e lavato nuovamente con soluzione sodica e con acido nitrico bollente il tubo dell'areometro. Questo valore differisce pochissimo da quello trovato per l'altezza capillare, ciò che conferma la legge suddetta e fornisce per la tensione superficiale $F \cos \omega$, il valore 7,7 mgr. per millimetro.

Se allorquando l'areometro galleggia senza menisco, lo si abbassa in modo che l'acqua oltrepassi l'orlo superiore della fascetta e salga lungo il tubo, il menisco si forma nel modo solito, e l'areometro viene a subire la depressione dovuta alla tensione superficiale, e siccome il punto d'affioramento esatto è indicato dall'orlo superiore della fascetta, rimane apparente e verificabile, sia sopra apposita scala, oppure facendo uso del catetometro, che esso punto si trova tanto al disotto del livello generale quanto il livello medio nel tubo aperto ne rimane al disopra. La posizione del punto d'affioramento senza menisco, se ben determinata, rimane invariabile, quella col menisco invece col tempo s'abbassava lungo il tubo (ossia l'areometro si sollevava), ma ritorna al valore primitivo se si rinnova la superficie dell'acqua.

Sperimentai anche con un areometro pesa-vino il cui tubo aveva 3,70 mm. di diametro, nel quale la depressione prodotta dalla tensione superficiale (e misurata col catetometro, perchè la scala dell'areometro era troppo grosso-

lana) risultò di 8,0 mm. mentre in un tubo aperto di 3,80 mm. di diametro l'altezza capillare risultò di 7,6 mm. ossia di 7,8 mm. per un tubo di 3,70 mm. Anche in questo caso l'accordo fra l'altezza capillare e la depressione dell'areometro è sufficiente, e la tensione superficiale $F \cos \omega$ risulta di 7,3 mgr. per millimetro.

È da notare che con questo areometro la posizione del punto d'affioramento con menisco variava col tempo più rapidamente che non con l'areometro precedentemente usato, e che invece nel tubo aperto l'altezza capillare variava pochissimo. Invece in un altro tubo aperto di diametro quasi uguale ed immerso accanto al primo, l'altezza capillare, inizialmente uguale in entrambi, decresceva rapidamente, tanto che col tempo essi presentavano una differenza di circa 1 mm. Non ho avuto campo di stabilire se tale differenza nel modo di comportarsi dipenda da un'imperfetta pulitura, ciò che però mi pare poco probabile a causa delle ripetute puliture con acido nitrico, oppure dalla natura speciale del vetro e della sua superficie; però sarà utile che possibilmente l'areometro e il tubo aperto presentino tale inconveniente in grado poco sensibile.

Fisica. — *Sull'interruttore elettrolitico di Wehnelt* ⁽¹⁾. Nota dei dottori R. FEDERICO e P. BACCEI, presentata dal Corrispondente BATTELLI.

1. Molte ricerche importanti sono state fatte sull'interruttore elettrolitico di Wehnelt, sia per misurare il numero delle interruzioni, sia per vedere in qual modo le condizioni diverse ne modificano l'andamento.

Colle presenti esperienze noi abbiamo potuto determinare, oltre il numero esatto, anche la forma delle interruzioni; portando così un contributo per stabilire in modo chiaro il meccanismo del fenomeno, e agevolando lo studio dell'influenza di cause esteriori sul funzionamento dell'apparecchio.

2. *Determinazione del numero e della forma delle interruzioni.* — Abbiamo pensato, per la determinazione del numero delle interruzioni, ad un metodo più rigoroso di quelli usati precedentemente; metodo che nello stesso tempo ci ha permesso di rilevare la forma delle correnti interrotte: ciò che non era stato fatto ancora.

Per ottenere tale scopo, in serie col Wehnelt, oltre al rocchetto di induzione, abbiamo posto orizzontalmente un solenoide S (fig. 1), formato con parecchi strati di grosso filo di rame, avvolti su un nucleo di legno, attraversato da una canna di vetro CC nel senso della sua lunghezza. Cotesta canna venne riempita con solfuro di carbonio puro.

Un fascio di raggi di luce solare erano diretti da un eliostata E , lungo l'asse della canna, attraversavano due nichol N, N' posti l'uno prima, l'altro

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa.