ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVI.

1899

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VIII.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1899

Ne segue subito che: *i punti di Weierstrass fra loro distinti sono almeno*

$$\frac{2p(p^2-1)}{(p-1)(p-2)+2} = 2p+6+\frac{8(p-3)}{p(p-3)+4}.$$

Ossia: *per* $p=3, 5, 6$ *i punti di Weierstrass fra loro distinti sono almeno* $12, 18, 20$; *per* $p>3$ *sono sempre in numero maggiore di* $2p+6$.

Questi risultati sono alquanto più espressivi di quelli ottenuti dal sig. Hurwitz nella Nota citata: cioè che $W < \frac{p(p-1)}{2}$, e che quindi il numero dei punti di Weierstrass distinti (se si esclude il caso iperellittico) è sempre maggiore di $2p+2$ (1). Del resto anche Hurwitz ha avvertito che si potevano ottenere risultati più precisi mediante una più minuta discussione; la quale porterebbe ad esaminare quali valori dei ranghi $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ siano effettivamente possibili (2). Volendo fare un tale esame seguendo l'indirizzo geometrico si potrebbe osservare che se ad es. il rango α_k è >1, esisterà sull'ente algebrico considerato una serie lineare, priva di punti fissi, d'ordine $1+\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_k$ $(\leq 2k+1)$, e dimensione $(\alpha_1-1)+(\alpha_2-1)+\cdots+(\alpha_k-1)$ (3). L'esistenza di una tal serie sarà generalmente una particolarità per l'ente algebrico, e quando la dimensione riesca >1 permetterà di assegnare un limite superiore pel genere. Se poi due ranghi, α_k, α_l, sono >1, si avranno sull'ente algebrico due particolari serie lineari senza punti fissi, le quali, prese insieme, serviranno pure per ottenere una rappresentazione dell'ente da cui segua di nuovo una limitazione pel genere. E così via.

Geologia. — *I terreni terziarî superiori dei dintorni di Viterbo.* Nota del Corrispondente C. De Stefani e di L. Fantappiè.

Sui terreni terziarî dei dintorni di Viterbo già avevano scritto varî autori. Il P. Pianciani in una lettera al Procaccini Ricci aveva indicato alcuni fossili dei terreni pliocenici di Bagnaia e di Ferento (4), per verità un poco lontani da quelli che noi prendiamo in considerazione. Il Verri pure indicò alcuni fossili del pliocene di Bagnaia (5): ed il Mercalli, durante la sua breve resi-

(1) Quest'ultima proposizione serve in quella Nota per dedurne una semplice notevole dimostrazione del fatto che sopra un ente di genere >1 non possono esistere infinite corrispondenze algebriche biunivoche.

(2) Si vedano a questo riguardo le citate ricerche del sig. Haure.

(3) Ciò in forza di osservazioni precedenti e di un teorema del sig. Noether. Cfr. ancora il n. 87 della mia *Introduzione*.

(4) V. Procaccini Ricci, *Viaggi ai vulcani spenti d'Italia. Viaggio secondo*, t. I, Firenze 1821, pag. 160.

(5) A. Verri, *I vulcani Cimini*, (Atti R. Acc. Lincei 1880).

denza in Viterbo, raccolse altri fossili nelle marne presso Viterbo, evidentemente della Mattonaia Falcioni, e ne fece studiare le foraminifere dal Mariani ([1]).

Finalmente il Meli rammenta pure le marne del fosso di Arcionello ([2]) che però egli non ha veduto da sè e che viene da lui indicato come assai più lontano dalla città che non sia. Di quest' ultimo luogo il Meli cita pure il calcare fossilifero che paragona per età e per formazione al *Macco* di Corneto e di Palo.

Avendo noi fatte insieme alcune escursioni nell' aprile del corrente anno, ed avendo uno di noi esaminato i fossili raccolti per cura dell' altro, abbiamo pensato non tardar a pubblicare gl' importanti risultati ottenuti.

A meno di un chilom. dalla città, per la via vecchia della Quercia, passando appena il fosso di Arcionello, presso una casetta colonica e prima di giungere alla cava di *Peperino* della Cooperativa degli scalpellini sotto i Cappuccini a destra della strada, in un fossetto, affiora un lembo limitatissimo di calcare, che è appunto quello indicato dal Meli come calcare a *Perna*. Questo calcare si trova pure in frammenti più o meno grossi sul suolo nell' interno del podere vicino, e sui muri a secco della strada. È un calcare giallognolo, alquanto terroso, o compatto, costituito quasi per l' intero da frammenti di fossili variati, ma specialmente di molluschi, e sopratutto, come notò il Meli, di *Pernae*. Alcuni frammenti nei muri a secco laterali alla strada appaiono formati quasi solo di *Pecten*, parte col guscio completo, parte ridotti ad impronte; nell' interno del contiguo podere poi abbondano grossissimi pezzi ripieni di *Lithothamnium* e di variati molluschi e briozoi.

Il detto calcare comparisce nel fossetto particolarmento dopo che le pioggie e le acque scorrenti lo hanno alquanto scavato, per altezza di 2 o 3 m. al più perchè non si vede il sottosuolo; credo assai probabile che esso si manifesti ancora per lungo tratto a monte, lungo il fosso di Arcionello, nelle parti più profonde di esso; ma le abbondantissime frane provenienti dalle argille e dal *peperino* superficiali lo sottraggono alla vista.

Daremo la nota comprensiva dei fossili trovativi, dopo aver parlato del lembo assai più ragguardevole che si trova nella villa Ravicini poco più d'un chilom. fuori della Porta Romana, sulla via di Vetralla.

Quivi nel recinto del podere è un colletto che si innalza di pochi metri sopra i terreni argillosi circostanti appartenenti, come vedremo or ora, al Pliocene, e che è costituito essenzialmente da calcare quasi identico a quello del fosso di Arcionello e solo forse un poco meno arenaceo. L' estensione super-

([1]) E. Mariani, *La fauna a foraminiferi delle marne che affiorano in alcuni tufi vulcanici di Viterbo* (Boll. Soc. geol. it., vol. X, pag. 164 e seg., 1891.

([2]) R. Meli, *Sopra alcune rocce e minerali raccolti nel viterbese*. Bull. d. Soc. geol. ital., vol. XIV, 1895, fasc. 2°, pag. 184. — Idem, *Appunti di storia naturale sul viterbese*. Roma, 1898, pag. 4 a 9.

ficiale nella quale il calcare apparisce non supera poche diecine di metri quadrati, estensione pur sempre maggiore a quella del fosso di Arcionello.

Ecco la nota dei fossili determinati finora.

Lithothamnium sp. Fosso di Arcionello. Podere Ravicini. Nel calcare del fosso di Arcionello sono frequenti ramuscoli che per la forma esteriore rispondono in tutto al *L. racemus* L., tuttora vivente; ma non ne abbiamo potuta esaminare la struttura, che certamente rivelerà trattarsi di specie diversa.

Alcune sezioni di *Lithothamnium* sono pure nei calcari della Villa Ravicini.

Briozoi. — Fosso di Arcionello. Podere Ravicini. In ambedue le località sono dei Briozoi rispondenti agli antichi generi *Lepralia* e *Membranipora*. Nell'ultima località sono visibilissime impronte di *Cupularia Canariensis* Busk.

Corallari. — Villa Ravicini. Si trovano in questa località varî nuclei e modelli di Corallari almeno apparentemente vicini o rispondenti ai generi *Trochocyatrus*, *Balanophyllia*, *Ceratotrochus*. Non vi è scarsa ed è ben conservata la *Stephanophyllia imperialis* Michelin.

Foraminifere. — Piccole sezioni appartenenti a quest'ordine, e forse principalmente di *Rotalia* si vedono nei calcari di ambedue le località.

Perna Soldanii Desh. Fosso di Arcionello, talmente abbondante da costituire una vera lumachella.

Pecten scabrellus Lck. Fosso di Arcionello e Podere Ravicini: abbastanza abbondante in impronte con le valve benissimo conservate. Si vedono spesso le parti interne di ogni valva, come pure si distinguono le relative controimpronte che brevemente descriveremo perchè le apparenze ne sono spesso così diverse da far credere che si tratti di specie differenti: in queste ultime i rilievi rispettivamente rispondenti ai solchi della parte interna segnalano le coste esterne della valva: inoltre gl'intervalli fra i detti rilievi rispondenti agl'intervalli fra le coste esterne, che nella parte interna d'ogni valva sono essi pure leggermente canaliculati, vengono segnalati nella controimpronta mediante un leggero rilievo che partendosi dal margine palleare cessa poco prima di giungere alla metà della valva. I solchi e rispettivamente i rilievi sono alquanto più marcati in un lato della valva che nell'altro. Del resto i caratteri della superficie e la poca inequilateralità delle valve sono comuni alla forma miocenica ed a quella pliocenica; solo forse nelle forme nostre mioceniche il numero delle coste è maggiore di uno o due.

Il *Pecten scabrellus* Lck., piuttosto raro nei calcari simili a questi dei dintorni di Viterbo, della Toscana, della Pescia Fiorentina ed anche dei Monti della Tolfa dove uno di noi lo trovò, è invece una delle forme più comuni nei calcari bianchi, quasi cristallini, tanto estesi nell'Appennino centrale e da molti ritenuti eocenici, p. e. in quelli delle Valli del Liri, del Sacco e dell'Aniene,

nei dintorni d' Aquila degli Abruzzi a Monte Luco, Lucoli, Rocca di Cambio, a S Marino ed altrove.

Pecten Malvinae Dubois. Specie abbastanza comune pur questa nel Podere Ravicini. Essa è una una delle più distintive del Miocene medio. Abbonda nelle marne langhiane dell' Appennino centrale Aquilano; trovasi pure a Popogna nei monti Livornesi ed è indicata dagli autori in una quantità d' altri luoghi del Miocene medio d' Italia.

P. Reussi Hörnes. Villa Ravicini.

Pectunculus pilosus L. Villa Ravicini.

Arca diluvii Lck. Villa Ravicini.

Cardita rudista Lck. Ibidem.

Cassis miolaevigata Sacco. Ibidem.

Turbo rugosus L. Ibidem.

Il Meli senza ben pronunziarsi circa all' età, paragonò questo calcare al *Macco*, donde sembra che egli lo ritenesse Pliocenico. Però i fossili sopra indicati attestano in modo non dubbio che il calcare appartiene al Miocene medio e propriamente alla plaga Elveziana: il suo carattere littorale è ad esuberanza attestato dalle *Nulliporae*, e devesi ritenere che formasse a guisa di piccole scogliere sopra ai calcari eocenici i quali si debbono trovare a piccolissima profondità nel sottosuolo.

Sia pei fossili, come per la natura litologica, il calcare corrisponde a quello pur miocenico di Fiano Romano, dei Monti della Tolfa, della Pescia fiorentina, dell' isolotto Troia ed in generale a quello della Toscana che il Fuchs chiamò Calcare di Rosignano, ed altri chiamarono Calcare di Leitha.

Argille pliocenichè. — Nel luogo indicato in addietro presso il fosso di Arcionello, al calcare miocenico succedono 5 o 6 m. al più di argille finissime marnose, biancastre, in stratificazioni orizzontali abbastanza distinte, le quali si vedono però solo casualmente dopo che le acque di pioggia abbiano alquanto dilavato le materie franose superficiali. In queste argille non si trovarono finora che foraminifere. Vi si vede qualche *Miliolina*.

Salendo il poco profondo fosso di Arcionello a monte per un tratto alquanto maggiore d' un chilom. si scorgono le pareti più elevate, quasi a picco per l' altezza di pochi metri, costituite dal *peperino* che in taluni punti viene pure scavato come materiale da costruzione. Sotto il medesimo scendono pendici dolcissime nelle quali il fosso ha scavato il suo alveo.

Queste pendici sono superficialmente coperte da frane scese man mano dagli strati superiori del *peperino*; però il modo e l' andamento dei fenomeni di erosione ed il conseguente cambiamento nella pendenza del tratto di superficie sottostante ai *peperini*, provano che nel sottosuolo di tutta quella regione si estendono le argille.

Un' altra circostanza la quale comprova in modo sicuro l' esistenza di queste è la generale presenza di gemitivi e di piccole sorgive alla base dei

peperini, che infatti sono piuttosto permeabili alle acque, mentre le argille sono impermeabili.

Passiamo all'altra località del Podere Ravicini e della Mattonaia di Falcioni sulla via di Vetralla.

Quivi le argille sono assai più estese intorno al colletto formato dal calcare miocenico; ma specialmente lo sono fra la strada Romana e la ferrovia; brevi dirupi di *peperino* le circondano, specialmente a nord, ad est e a sud ed alla base di questi, al solito, vengono fuori piccole sorgive. L'altezza degli strati non si può ben determinare; nella Mattonaia Falcioni, dalla parte della ferrovia, si vedono scoperti per lo meno per 10 a 12 m. d'altezza, ma la potenza loro comprensiva è certo assai maggiore. Queste argille sono alquanto più azzurrognole di quelle del fosso di Arcionello, somigliando in questo maggiormente, anche dal punto di vista litologico, non meno che, come vedremo, da quello paleontologico, alle marne Vaticane. Vengono scavate, eventualmente con maggiore o minore attività, per farne mattoni e laterizî.

Argille si trovano sotto il *peperino* pure in Viterbo a Ponte Sodo sotto la Porta del Carmine, verso Ferento e sopra Bagnaia verso il Monte S. Valentino, dove, come si disse, le osservarono il Pianciani ed il Verri.

Riunendo i fossili della Mattonaia di Falcioni abbiamo redatto il seguente elenco.

Foraminifere. — Il Mariani (loc. cit.) indicò 34 specie oltre a 3 specie di ostracodi ed a frammenti di briozoi e di coralli.

Flabellum avicula Michelin.

Schizaster sp.

Ostrea cochlear Poli, con le sue varietà descritte dal Foresti. Comune assai come in tutte le argille consimili, anche al Vaticano.

Pecten Angelonii Mgh. = *P. histrix* Doderlein. = *P. subspinulosus* Seguenza. Raro. Il Meli lo ha già indicato nelle marne di Nettuno ed uno di noi ne ha visto qualche esemplare nelle argille Vaticane ed in quelle di Corneto, dove finora nessuno lo ha indicato. Si trova del resto nelle marne bianche plioceniche di mare profondo dell'Italia meridionale dove lo indicò il Seguenza ed è comunissimo nelle argille biancastre del Senese e dei dintorni d'Orciano, come pure nelle marne biancastre della Liguria dove lo rinvenne uno di noi qua e là e nelle marne del Ponticello di Sàvena presso Bologna; il Sacco pure lo indicò nel Pliocene di varî luoghi.

P. cristatus Bronn. Raro.

P. oblongus Phil. = *P. De Filippii* Stoppani, = *P. Comitatus* Fontannes. Comune ed assai ben conservato in esemplari di ogni età. È questa una delle specie più distintive e oseremmo dire più comuni delle marne bianche e delle argille plioceniche di mare profondo del bacino mediterraneo, quantunque per la sua estrema fragilità sia ordinariamente in frantumi e sia passata quasi sempre inosservata agli autori. Spetta al Sacco l'avere riven-

dicato la priorità della denominazione del Philippi, il quale la figurò ma non la descrisse indicandola come proveniente dai dintorni di Como e quasi certamente dalle argille di mare profondo di quella stessa località della Folla d'Induno, donde più tardi lo Stoppani la descriveva senza figurarla col nome di *P. De Filippii*.

Una delle valve è completamente liscia, l'altra, la sinistra, presenta internamente delle sottili costicine radiali che terminano prima del margine, e che si vedono specialmente negl' individui giovani.

Ritengo che sopra siffatti esemplari giovani provenienti dalle marne Vaticane, il Ponzi abbia fondato la specie *P. retiolum* da lui descritta e figurata. Certo è che nelle marne Vaticane uno di noi ha visto la presente specie, anche in esemplari perfettamente sviluppati, quantunque nessuno ve l'abbia finora indicata fuori che col nome del Ponzi. La migliore descrizione e la miglior figura son quelle che dette il Fontannes col nome di *P. Comitatus* proveniente dalla Provenza; meno buone, ma sufficienti, sono le figure e la descrizione del Sacco il quale la indica in Liguria: uno di noi la aveva già notato da tempo nelle marne bianche di via Roma in Genova, e di Borzoli presso Sestri Ponente, donde provengono esemplari perfettissimi raccolti dal prof. Razzore, come pure in quelle di Arenzano. La specie trovasi pure nel Bolognese e in Toscana, anzi nel Senese fu indicato un tempo da uno di noi col nome nuovo ma improprio di *P. Fuchsi* De Stefani. Non la conosciamo nell'Italia meridionale.

Pecten sp. n. Possediamo una valva simile alla valva destra del *P. revolutus* Michelotti del Miocene medio, cioè in simile modo rigonfia, con coste larghe, assai piatte, separate da intervalli stretti e poco profondi; però le coste nella nostra specie sono più numerose e meno regolari, alternandone talora con quelle larghe alcuna più stretta. Non trovasi nel Pliocene altra specie cui questa possa paragonarsi.

Pinna Brocchii D'Orb. Rara.

Arca diluvii Lck. Piuttosto comune qui come in quasi tutte le argille plioceniche.

Tindaria solida Seguenza. Indicata dal Seguenza nell'Italia meridionale.

T. arata Bellardi. Comune con le marne di Liguria.

Malletia transversa Ponzi. Trovasi al Vaticano e in Liguria.

Neilo Isseli Bellardi.

N. gigas Bell. Ambedue le specie si trovano in Liguria.

Yoldia Bronni Bell.

Y. Philippii Bell. Ambedue queste *Yoldiae* trovansi qua e là nel Pliocene di mare profondo.

Nucula placentina Lck. Comune nel Pliocene di mare profondo.

Meiocardia Seguenzaeana Cocconi. Trovasi pure nelle argille del Piacentino.

Syndosmia longicallis Phil. Comune.

Tellina nitida Poli. Non rara.

T. planata L. Non rara.

Cardium sp. probabilmente nuova. Unico esemplare.

Cytherea multilamella Lck.

Dentalium Delphinense Fontannes. Raro. Questa specie trovasi nelle marne Vaticane ed in quelle di Via Roma in Genova e d'altri luoghi di Liguria dove fu indicata con altri nomi. Il Sacco, se non erriamo, fu il primo tra noi a determinarla esattamente.

Conus antediluvianus Brug.

Ficula subintermedia D'Orb. Rara.

Cassidaria echinophora L. Comune.

Eudolium stephaniophorum Fontannes. Trovossi anche nelle argille di Provenza e di Liguria.

Chenopus Uttingerianus Risso. Pittosto comune.

Natica millepunctata Lck. Comune.

Xenophora testigera Bronn. Comune e di tutte le età.

Turbo fimbriatus Bronn. Piuttosto comune.

Turritella subangulata Broc.

Gonoplax formosa Rist. Così determinata dallo stesso dott. Ristori.

Squilla sp.

Vertebra di pesce osseo.

Le specie indicate sono tutte, senza eccezione, distintive dei terreni pliocenici e più propriamente delle plaghe di mare profondo, Esse sono in parte quelle medesime descritte dal Ponzi nelle marne del Vaticano e quelle stesse che il Meli ed altri notarono presso Nettuno e che uno di noi vide sotto Corneto, per non uscire dalla provincia di Roma.

Si ripetono poi in varie parti di Toscana, p. e. nelle valli dell'Ombrone maremmano e della Fine, nel Senese e nelle colline pisane, e si ritrovano lungo tutto il littorale ligure da Genova ad Arenzano, Albissola, Savona, Albenga e Ceriale. Più scarsamente son note lungo le pendici adriatiche dell'Appennino. Però sono conosciute almeno a partire dal Ponticello di Savena nel Bolognese: di qui si estendono molto verso il mezzogiorno e uno di noi le conosce in varî luoghi delle Romagne e delle Marche: solo la poca facilità di estrarne i fossili ha fatto sì che finora siano state men note. Le marne bianche a *Verticordia* delle Calabrie e di Sicilia che il Seguenza ha descritte come Astiane appartengono ad una plaga di mare alquanto più profondo. È inutile ripetere come secondo uno di noi il così detto *zancleano* inferiore del Seguenza, che rappresenterebbe una plaga di profondità ancora maggiore, appartenga al Miocene medio invece che al Pliocene.

Studiando i rapporti fra queste argille plioceniche ed i calcari miocenici precedenti giova notare come nei dintorni immediati di Viterbo man-

chino i terreni gessosi, caspici, intermedî, del Miocene superiore, che pure sono tanto estesi nei prossimi monti della Tolfa, forse nella valle del Sacco e certo in tutta Italia. È poi interessante osservare che mentre le argille, come dicevamo, si formarono in mari abbastanza profondi, i calcari miocenici invece sono eminèntemente littorali e certo non depositati a più di 20 o 30 metri di profondità, come lo attestano i *Lithothamnium*. Ciò vuol dire che dopo la deposizione dei calcari e prima di quella delle argille, la regione fu soggetta ad una depressione generale.

Argille con materiali vulcanici. — Uno dei fatti più importanti che ci siamo riserbati a descrivere da ultimo è la presenza di abbondantissime polveri vulcaniche negli strati più alti delle argille plioceniche. Sul fosso di Arcionello l'argilla sottostà immediatamente, come si disse, al *peperino*. Le circostanze sono ben diverse alla Mattonaia Falcioni. Quivi, sopra il piano delle argille da laterizi, fino al sovrastante *peperino*, succedono 6 o 7 m. di argille bianche nei cui strati si manifestano, e man mano che si sale vanno aumentando, materie vulcaniche. Queste, da quanto abbiamo potuto esaminare, serbano grandissima uniformità dagli strati più bassi ai più alti e sono quelle stesse materie che secondo gli studî del Deecke (1) e del Washington (2) formano il *peperino*; sono cioè specialmente frammenti minutissimi, irregolari, di Sanidino, di Augite, di Biotite e di Magnetite: questi frammenti sono poco alterati, e ciò si spiega con la impermeabilità dell'argilla che li racchiude. Scarsissimi, come dicevamo, negli strati inferiori, vanno aumentando superiormente, fino a che nel *peperino* predominano ad esclusione di ogni materia argillosa. Che si siano depositati contemporaneamente all'argilla e senza alcuna levigazione o separazione dovuta a differenze di peso specifico, risulta indubbiamente dall'intima commistione dei diversi materiali.

All'aspetto esteriore gli strati si presentano costituiti da un impasto argilloso, talora quasi verdognolo o grigio, con minutissime e quasi microscopiche punteggiature scure. Negli strati più bassi abbondano nell'argilla dei noccioletti pure argillosi, friabili, irregolari, bianchissimi, nei quali il materiale vulcanico è più scarso.

È da notare che in queste argille a materiale vulcanico, sempre finissime come le altre, si trovano, sebbene con grande rarità, delle ghiaie di forma elissoidale, verosimilmente di origine marina, del diametro di 6 a 7 cm. di calcari eocenici, identici a quelli di regioni non lontane.

Che le predette argille siano plioceniche come le altre, non vi ha dubbio nessuno; durante l'escursione fatta insieme, negli strati più alti abbiamo

(1) W. Deecke, *Bemerkungen zur Entstehungsgeschichte und Gesteinskunde der Monti Cimini*. N. Jahrbuch f. Min. etc. Beilageband VI 1889.

(2) Henry S. Washington, *Italian petrological Sketches*. II. Repr. from The Journal of Geology, vol. IV, N. 7, october-november 1896. Chicago.

trovato un bellissimo e completo esemplare di *Pecten oblongus* Phil., il quale necessariamente dovette vivere e morire sul posto perchè non sarebbe stato suscettibile di trasporto dal luogo nel quale cadde sullo strato argilloso ad un altro, senza rompersi completamente.

Non potremmo escludere, quantunque ci sembri poco probabile, che un graduale passaggio fra l'argilla a materiale vulcanico ed il *peperino* sia dato pure dagli strati inferiori del *peperino* stesso, i quali, almeno attorno alla Mattonaia Falcioni, sono disgregabili e terrosi: occorrerebbe vedere se questa disgregabilità derivi per avventura dall'essere tuttora presente qualche particella d'argilla.

Ad ogni modo un fatto sicurissimo risulta dalle osservazioni precedenti, ed è che le eruzioni del sistema Cimino cominciarono sul finire del Pliocene; anzi propriamente prima che terminasse la deposizione delle marne Vaticane, e che principiarono sotto il mare od almeno per opera di un vulcano che lanciava direttamente i suoi prodotti nel mare circostante. Ricordiamo a questo proposito che il Verri (loc. cit.) indicò presso Orte un banco di Trachite coperto di sabbie marine plioceniche.

Vero è che secondo una opinione comunemente ammessa, almeno fino a poco tempo addietro, le marne Vaticane, perciò anche queste di Viterbo, sarebbero appartenute alla parte inferiore del Pliocene, cioè al così detto piano *Piacentino*; quindi la prima manifestazione delle eruzioni vulcaniche Cimine dovrebbe retrotrarsi ad un periodo del Pliocene molto sollecito, cioè anteriore all'*Astigiano*. Però uno di noi dimostrò a suo tempo che le argille *Piacentine* e le sabbie *Astigiane* rappresentano solo plaghe di profondità diversa di un medesimo mare e di una medesima età; che perciò non potevano prendersi a tipo di piani geologici differenti [1].

Non intendiamo entrare nelle questioni riguardanti la esatta determinazione dell'età delle argille Vaticane e degli altri terreni pliocenici degl'immediati dintorni di Roma. Però rammenteremo come quivi le argille siano immediatamente sottostanti alle sabbie gialle del M. Mario, come queste siano state da moltissimi attribuite all'*Astiano*, ma come in base ai dati paleontologici si debbano ritenere più recenti ed appartenenti al *Postpliocene inferiore*, come d'altronde posino sopra le argille con sicura e generale trasgressione.

Per conseguenza l'idea che pure le marne o argille del Vaticano arrivino fino agli strati più recenti del Pliocene non urta contro alcuna sorta di difficoltà.

I fatti qui notati relativi alla prima comparsa delle eruzioni sottoma-

[1] C. De Stefani, *Les terrains tertiaires supérieurs du bassin de la Méditerranée.* Liège 1893.

rine dei Cimini, stanno in pieno accordo con quello che lo Stoppani aveva osservato e che uno di noi riconfermò nei dintorni d'Orvieto e con quanto venne indicato da uno di noi nel pliocene della strada fra Radicofani e Proceno; queste ultime osservazioni infatti provarono che pure nel sistema Vulsinio le eruzioni cominciarono, sottomarine, negli ultimi tempi del Pliocene.

Matematica. — *Sopra alcuni complessi omaloidi di sfere.* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio F. Siacci.

I complessi di sfere, dei quali mi occupo in questo lavoro, sono del 7°, 6°, 5°, 4°, 3° e 2° grado, e posseggono notevolissime proprietà. Essi prendono origine dalla considerazione di 2 gruppi di sfere G_1, G_2 in relazione proiettiva, e dal cercare nel fascio di 2 sfere corrispondenti S_1, S_2 la sfera S, ortogonale alla sfera S_3 che, in un altro gruppo G_3 proiettivo a G_1, G_2 corrisponde ad S_1, S_2. Questo problema è, in sostanza, equivalente all'altro di cercare sulla retta che unisce 2 punti corrispondenti M_1, M_2 qualunque di 2 spazî omografici a 3 dimensioni Σ_1, Σ_2 il punto coniugato al punto M_3 corrispondente di M_1, M_2 in un terzo spazio M_3 omografico a Σ_1, Σ_2, rispetto ad una quadrica a 3 dimensioni, non degenere,

$$\varphi = \Sigma a_{ik} x_i x_k = 0 ,$$

il cui spazio $\mathfrak{S}$ abbracci Σ_1, Σ_2, Σ_3. E poichè, detto P il polo di Σ_3 rispetto a φ, gli spazî polari dei punti di Σ_3 formano uno *stelloide* attorno a P, reciprocamente riferito a Σ_1, Σ_2, il medesimo problema coincide pure con quello il quale consiste, dati Σ_1, Σ_2 come sopra, ed uno stelloide (P) di spazî a 3 dimensioni in dipendenza correlativa con essi in uno spazio a 4 dimensioni $\mathfrak{S}$, nel determinare il luogo dei punti comuni alle rette che uniscono le coppie di punti corrispondenti di Σ_1, Σ_2 ed agli spazî che a tali punti corrispondono in (P); poichè, dati Σ_1, Σ_2, (P) si può sostituire (P) con lo spazio polare rispetto ad una quadrica, non degenere, arbitrariamente presa. Da ciò sorge un triplice modo di trattare il problema.

1. Trattandolo dapprima nella seconda forma, abbiamo che, supposte essere

$$x'_i \equiv f_i(x) \ , \quad x''_i \equiv f''_i(x) \ , \tag{1}$$

ove si ha successivamente

$$h_i(x) = h_{i1}x_1 + h_{i2}x_2 + \cdots + h_{i5}x_5$$
$$\det|h_{ik}| \neq 0 \ ; \ h \equiv f' , f'' \ ; \ i = 1 , 2 , \ldots , 5 ,$$

e sono x_i, x_i', x_i'' coordinate di punti in $\mathfrak{S}$, le formule le quali stabiliscono le trasformazioni omografiche di $\mathfrak{S}$ in sè stesso che abbracciano le dipendenze