

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVII.

1900

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME IX.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1900

PUNTO	Latitudine geodetica	Longitudine geodetica	$\zeta$	$\eta$
Monte Mario. . . . .	41°. 55'. 24". 38	— 3°. 04'. 06". 32	+ 1". 91	— 0". 84
Fiumicino . . . . .	41. 46. 12. 86	— 3. 17. 33. 23	+ 1. 88	— 2. 17
Monte Cavo . . . . .	41. 45. 02. 12	— 2. 48. 39. 87	+ 1. 44	—
Monte Pisarello . . . . .	41. 28. 36. 24	— 2. 54. 44. 61	— 0. 04	— 2. 16

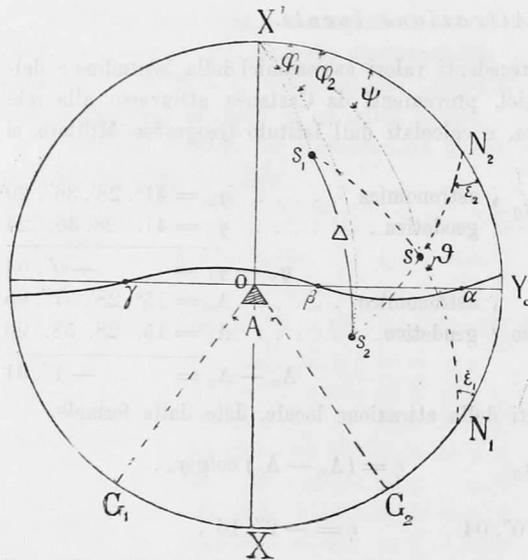
Ho già prese le disposizioni per eseguire, nel prossimo estate, una nuova stazione astronomica sul segnale di M. Soratte. Sarebbe pure mio desiderio, allo scopo di meglio investigare l'andamento delle attrazioni locali nella regione circostante a Roma, estendere le mie determinazioni ai segnali di M. Gennaro, M. Semprevisa, M. Circeo, ecc., ma tutti questi punti sono di difficile accesso, e situati in località deserte, ed io temo di non potervi riuscire, cogli scarsi mezzi a mia disposizione.

**Cristallografia.** — *Le deviazioni minime della luce mediante prismi di sostanze anisotrope.* Nota di C. VIOLA, presentata dal Socio BLASERNA.

Per sostanze anisotrope si intendono qui i cristalli a uno o a due assi ottici, che obbediscono alle leggi di Fresnel; le altre sostanze anisotrope

sono escluse dalle seguenti considerazioni.

Assumiamo un prisma di tali sostanze anisotrope immerso in un mezzo isotropo, e consideriamo onde luminose piane, le quali abbiano qualsivoglia posizione rispetto al prisma. Nella qui unita figura,  $OG_1$  e  $OG_2$  rappresentano due facce del prisma perpendicolari al piano del disegno; i poli di dette facce sono in proiezione stereografica  $N_1$  e risp.  $N_2$ . La prima bisettrice ossia la retta, che divide per metà l'angolo interno  $A$  del prisma, è  $X, X'$ ; la seconda ossia la retta, che divide per metà l'angolo esterno  $180 - A$



divisore ossia la retta, che divide per metà l'angolo esterno  $180 - A$

del prisma, è  $OY_0$ . Un'onda piana nel prisma sia qualunque, e il suo polo sia  $s$ . Il polo dell'onda piana incidente sia  $s_1$ , e sia  $s_2$  quello dell'onda emergente. Questi tre poli sono individuati dai seguenti angoli:

$$\psi, \varphi_1, \varphi_2, \mu = sX', \lambda_1 = s_1X', \lambda_2 = s_2X'.$$

L'angolo incidente è  $i_1 = s_1N_1$ , l'emergente  $i_2 = s_2N_2$ ; e gli angoli che l'onda di rifrazione fa con le faccie del prisma, sono rispettivamente

$$e_1 = sN_1, \quad e_2 = sN_2.$$

La deviazione totale dell'onda incidente per rispetto all'onda emergente è data dall'angolo  $A = \widehat{s_1s_2}$ . Come si vede essa è decomponibile in due deviazioni caratteristiche, cioè

$$A\lambda = \lambda_2 - \lambda_1,$$

che si può chiamare *deviazione longitudinale*, e

$$A\varphi = \varphi_2 - \varphi_1,$$

che si può chiamare *deviazione laterale*.

Essendo  $n$  l'indice di rifrazione dell'onda piana considerata, potremo stabilire le seguenti relazioni indipendenti:

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} 1. \quad \text{sen } i_1 = n \text{ sen } e_1 \\ 2. \quad \text{sen } i_2 = n \text{ sen } e_2 \\ 3. \quad \cos \frac{e_2 + e_1}{2} \cos \frac{e_2 - e_1}{2} = \text{sen } \mu \cos \frac{A}{2} \cos \psi \\ 4. \quad \text{sen } \frac{e_2 + e_1}{2} \text{sen } \frac{e_2 - e_1}{2} = \cos \mu \text{sen } \frac{A}{2} \\ 5. \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos i_1 = -\cos \lambda_1 \text{sen } \frac{A}{2} + \text{sen } \lambda_1 \cos \frac{A}{2} \cos \varphi_1 \quad \text{ovvero} \\ \cos i_2 = \cos \lambda_2 \text{sen } \frac{A}{2} + \text{sen } \lambda_2 \cos \frac{A}{2} \cos \varphi_2 \end{array} \right. \\ 6. \quad \text{sen } \lambda_1 \text{sen } \varphi_1 = \text{sen } i_1 \text{sen } \varepsilon_1 \\ 7. \quad \text{sen } \lambda_2 \text{sen } \varphi_2 = \text{sen } i_2 \text{sen } \varepsilon_2 \\ 8. \quad \text{tag } \frac{e_1 + e_2}{2} = \frac{\cos \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}}{\cos \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}} \cdot \text{tag } \frac{A}{2} \\ 9. \quad \text{tag } \frac{e_1 - e_2}{2} = \frac{\text{sen } \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}}{\text{sen } \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}} \cdot \text{tag } \frac{A}{2} \end{array} \right.$$

Queste 9 relazioni indipendenti sussistono fra le 14 quantità  $i_1, i_2, e_1, e_2, \lambda_1, \lambda_2, \varphi_1, \varphi_2, \mu, \psi, n, A, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ . Egli è perciò possibile di determinare 9 di esse, ove 5 ne siano date.

Misurando p. e. gli angoli  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  delle onde incidente ed emergente e l'angolo  $A$  interno del prisma, potremo determinare l'indice  $n$  di una qualsiasi onda piana, la posizione di quest'onda mediante gli angoli  $\mu$  e  $\psi$ , e di più gli angoli di rifrazione  $e_1$  ed  $e_2$ , nonchè l'angolo incidente  $i_1$  ed emergente  $i_2$ . La deviazione totale  $\mathcal{A}$  risulta, infine, risolvendo il triangolo sferico  $s_1 s_2 X'$ .

Si vede dunque che considerando piani d'onda di posizione qualunque, si ha il modo di determinare con 5 misure (delle quali l'angolo  $A$  rimane costante per tutte le determinazioni) i piani tangenti della superficie d'onda entro una parte considerevole dello spazio, senza prestabilire l'equazione di detta superficie. Questo metodo dovrà essere utilizzato nelle esperienze per trovare la legge, secondo la quale avviene la propagazione della luce nei corpi anisotropi in genere, e principalmente di quelli, che non obbediscono alle leggi di Fresnel.

Nel caso che l'onda piana nel prisma sia parallela allo spigolo del prisma, si porrà:

$$\psi = \varphi_1 = \varphi_2 = 0$$

$$90 - \frac{A}{2} + e_2 = \mu = 90 + \frac{A}{2} - e_1 \quad \text{ossia} \quad e_1 + e_2 = A \quad \text{e} \quad \lambda_2 - \lambda_1 = \mathcal{A}_0;$$

e si hanno per questo caso speciale le relazioni note seguenti:

$$(II) \quad \left\{ \begin{array}{l} 1. \quad \text{sen } i_1 = n \text{ sen } e_1 \\ 2. \quad \text{sen } i_2 = n \text{ sen } e_2 \\ 3. \quad e_1 + e_2 = A \\ 4. \quad i_1 + i_2 = A + \mathcal{A}_0. \end{array} \right.$$

Questo è il caso più comune, che viene usato per determinare l'indice di rifrazione di un corpo amorfo, ovvero di cristalli a uno o a due assi ottici quando i loro elissoidi elastici abbiano una orientazione speciale rispetto al prisma.

In secondo luogo sia l'onda piana nel prisma parallela alla prima bisettrice del prisma. Si porrà:

$$\lambda_1 = \lambda, \quad \lambda_2 = 180 - \lambda, \quad 180 - 2\lambda = \mathcal{A}, \quad \mu = 90^\circ$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi, \quad i_1 = i_2 = i, \quad e_1 = e_2 = e;$$

e si hanno le seguenti relazioni:

$$(III) \quad \left\{ \begin{array}{l} 1. \quad \text{sen } i = n \text{ sen } e \\ 2. \quad \cos e = \cos \frac{A}{2} \cos \psi \\ 3. \quad \cos i = \cos \lambda \text{ sen } \frac{A}{2} + \text{sen } \lambda \cos \frac{A}{2} \cos \varphi \\ 4. \quad \text{sen } \lambda \text{ sen } \varphi = \text{sen } i \text{ sen } \varepsilon \\ 5. \quad \text{tag } e = \frac{\text{tag } \frac{A}{2}}{\cos \varepsilon} \end{array} \right.$$

È da notarsi che in questo caso speciale e nel precedente la deviazione laterale è  $\mathcal{A}\varphi = 0$ , ossia  $\varphi_1 = \varphi_2$ . Dovremo poi vedere, se vi sono anche altre posizioni dell'onda piana, per cui sia  $\varphi_1 = \varphi_2$ .

Le relazioni (I), (II), (III) sussistono tanto per corpi isotropi quanto per corpi anisotropi, seguano o no le leggi di Fresnel.

Formiamoci dapprima a considerare la deviazione  $\mathcal{A}$  prodotta da prismi di sostanze isotrope, per cui si sa che  $n$  è costante.

Scriviamo le due relazioni:

$$(1) \begin{cases} \cos \mathcal{A} = \cos(i_1 - e_1) \cos(i_2 - e_2) + \sin(i_1 - e_1) \sin(i_2 - e_2) \cos \varphi, \\ \cos \Lambda = \cos e_1 \cos e_2 + \sin e_1 \sin e_2 \cos \varphi, \end{cases}$$

dalle quali si può eliminare  $\varphi$  e determinare  $\mathcal{A}$ .

Vediamo in quale modo varia la deviazione totale  $\mathcal{A}$  quando il polo  $s$  si sposti sopra un cerchio, il cui piano passa per la prima bisettrice  $XX'$  del prisma; vale a dire in quale modo varia  $\mathcal{A}$  con  $\lambda$ , essendo  $\varphi = \text{cost.}$

Sviluppando la prima derivata di  $\mathcal{A}$  rispetto a  $\lambda$ , e operando le necessarie e possibili riduzioni, si ottiene:

$$\text{sen } \mathcal{A} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \lambda} = (p - q \cos \varphi) \frac{\partial i_1}{\partial \lambda} + (q - p \cos \varphi) \frac{\partial i_2}{\partial \lambda} + (T - p + q \cos \varphi) \frac{\partial e_1}{\partial \lambda} + (T - q + p \cos \varphi) \frac{\partial e_2}{\partial \lambda}$$

ove per brevità si è posto:

$$\begin{aligned} p &= \text{sen}(i_1 - e_1) \cos(i_2 - e_2) \\ q &= \cos(i_1 - e_1) \text{sen}(i_2 - e_2) \end{aligned}$$

$$T = (\cos e_2 \text{sen } e_1 - \cos e_1 \text{sen } e_2 \cos \varphi) \frac{\text{sen}(i_1 - e_1) \text{sen}(i_2 - e_2)}{\text{sen } e_1 \text{sen } e_2}.$$

Inoltre si ha.

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_1}{\partial \lambda} &= - \frac{\text{sen } \lambda \text{sen } \frac{\Lambda}{2} + \cos \lambda \cos \frac{\Lambda}{2} \cos \varphi}{\text{sen } e_1}; & \frac{\partial i_1}{\partial \lambda} &= n \frac{\cos e_1}{\cos i_1} \frac{\partial e_1}{\partial \lambda}, \\ \frac{\partial e_2}{\partial \lambda} &= \frac{\text{sen } \lambda \text{sen } \frac{\Lambda}{2} - \cos \lambda \cos \frac{\Lambda}{2} \cos \varphi}{\text{sen } e_2}; & \frac{\partial i_2}{\partial \lambda} &= n \frac{\cos e_2}{\cos i_2} \frac{\partial e_2}{\partial \lambda}. \end{aligned}$$

Esaminando l'espressione per  $\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \lambda}$ , si vede che questa prima derivata non può annullarsi, ove non siano soddisfatte le seguenti condizioni:

$$\frac{\partial i_1}{\partial \lambda} = - \frac{\partial i_2}{\partial \lambda} \quad \text{e} \quad \frac{\partial e_1}{\partial \lambda} = - \frac{\partial e_2}{\partial \lambda}.$$

Ciò infatti è possibile, facendo

$$e_1 = e_2 = e \quad \text{e perciò} \quad i_1 = i_2 = i.$$

Da qui risulta il teorema :

A) *Le minime deviazioni per un dato valore dell'angolo azimutale  $\psi$ , hanno luogo nei prismi isotropi per l'onda piana parallela alla prima bisettrice del prisma.*

Dalla relazione

$$\cos A = \cos \lambda_1 \cos \lambda_2 + \sin \lambda_1 \sin \lambda_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1)$$

si deduce che sarà  
solamente ove

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \varphi_1, \\ A &= \lambda_2 - \lambda_1, \end{aligned}$$

vale a dire ove l'onda piana sia parallela alla prima bisettrice del prisma. Abbiamo dunque il teorema:

B. *La deviazione laterale è nulla, ove l'onda piana è parallela alla prima bisettrice o allo spigolo del prisma.*

Una minima deviazione per un qualunque angolo azimutale  $\psi$  è data dall'espressione

$$\sin \frac{A_m}{2} = \frac{\sin (i - e)}{\sin e} \sin \frac{A}{2}$$

ovvero

$$\sin \frac{A_m}{2} = (n \cos e - \cos i) \sin \frac{A}{2}.$$

Sviluppando la derivata di  $A_m$  rispetto alla variabile  $\psi$ , avremo:

$$\cos \frac{A_m}{2} \cdot \frac{\partial A_m}{\partial \psi} = 2 \left[ \cos e \operatorname{tg} i - \sin e \right] n \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \frac{\partial e}{\partial \psi}.$$

Ora la derivata  $\frac{\partial A_m}{\partial \psi}$  è zero ove sia  $\frac{\partial e}{\partial \psi} = 0$ . Ma è  $\frac{\partial e}{\partial \psi} = 0$  per  $\psi = 0$ ,

poichè l'angolo  $e$  è minimo. E si ha perciò il teorema:

C. *Ove l'onda piana sia parallela allo spigolo del prisma, la deviazione minima è la minima assoluta analitica di tutte le deviazioni possibili in un prisma isotropo.*

Da qui risulta che determinando l'indice di rifrazione con l'usuale metodo della minima deviazione, non è richiesto che si osservi rigorosamente a che le onde piane siano parallele allo spigolo del prisma, perchè una piccola inclinazione in questo senso non può portare alcuna influenza sul valore di  $n$ .

E passiamo ai cristalli a uno o a due assi ottici obbedienti alle leggi di Fresnel.

Sia ammesso che il polo  $s$  del piano d'onda si sposti su un cerchio, il cui azimut è  $\psi$ .

Riferiamo il prisma al seguente sistema delle coordinate ortogonali: l'asse X cada nella prima bisettrice del prisma, l'asse Y cada nel piano il cui azimut è  $\psi$  e Z è ad essi normale. Gli assi di simmetria ottica del cristallo siano  $X_1, Y_1, Z_1$ , e facciano angoli con gli assi X Y Z, i cui coseni sono dati dallo schema

	$X_1$	$Y_1$	$Z_1$
X	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Y	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma_1$
Z	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\gamma_2$

Le coordinate  $x_1, y_1, z_1$  di un punto riferito al sistema  $X_1, Y_1, Z_1$  sono le seguenti in funzione delle coordinate dello stesso punto riferito al sistema X, Y, Z:

$$\begin{aligned} x_1 &= \alpha x + \alpha_1 y + \alpha_2 z \\ y_1 &= \beta x + \beta_1 y + \beta_2 z \\ z_1 &= \gamma x + \gamma_1 y + \gamma_2 z. \end{aligned}$$

Per determinare l'intersezione del piano di azimut  $\psi$ , ossia del piano XY con la superficie delle normali, la cui equazione è

$$\frac{x_1^2}{a^2 - p^2} + \frac{y_1^2}{b^2 - p^2} + \frac{z_1^2}{c^2 - p^2} = 0,$$

ove  $p$  è la velocità dell'onda considerata (essendo  $p = \frac{1}{n}$ ), e  $a, b, c$  sono le velocità principali luminose del cristallo, bisognerà fare  $z = 0$ , e sostituire per  $x_1$  ed  $y_1$  i loro valori. Ricordando il significato dell'angolo  $\mu$ , avremo dapprima

$$x = -p \cos \mu \quad \text{e} \quad y = +p \sin \mu,$$

e indi l'intersezione del piano XY con la superficie delle normali sarà data dalla equazione:

$$(2) \quad p^4 - p^2 (L \cos^2 \mu + L_1 \sin^2 \mu - L_2 \sin 2\mu) + M \cos^2 \mu + M_1 \sin^2 \mu - M_2 \sin 2\mu = 0$$

essendo <sup>(1)</sup>:

$$(3) \quad \begin{cases} L = (b^2 + c^2) \alpha^2 + (c^2 + a^2) \beta^2 + (a^2 + b^2) \gamma^2 \\ L_1 = (b^2 + c^2) \alpha_1^2 + (c^2 + a^2) \beta_1^2 + (a^2 + b^2) \gamma_1^2 \\ L_2 = (b^2 + c^2) \alpha \alpha_1 + (c^2 + a^2) \beta \beta_1 + (a^2 + b^2) \gamma \gamma_1 \\ M = b^2 c^2 \alpha^2 + c^2 a^2 \beta^2 + a^2 b^2 \gamma^2 \\ M_1 = b^2 c^2 \alpha_1^2 + c^2 a^2 \beta_1^2 + a^2 b^2 \gamma_1^2 \\ M_2 = b^2 c^2 \alpha \alpha_1 + c^2 a^2 \beta \beta_1 + a^2 b^2 \gamma \gamma_1 \end{cases}$$

<sup>(1)</sup> Th. Liebisch, Physik. Krystall, 1891, 392.

Il problema che vogliamo ora risolvere è il seguente: il polo del piano d'onda si mantenga nel piano XY, ma sia variabile l'angolo  $\mu$ ; si vuol sapere quale è l'angolo  $\mu$ , che renda minima la deviazione  $\mathcal{A}$  ovvero che sia  $\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \psi} = 0$ .

Notando che  $p$  è funzione di  $\mathcal{A}$  e questo è a sua volta funzione di  $\mu$ , potremo derivare la quantità  $p$  rispetto a  $\mu$  nell'equazione 2, e avremo:

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} 2 \frac{\partial p}{\partial \mathcal{A}} \cdot \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \mu} \cdot p \left\{ 2p^2 - (L \cos^2 \mu + L_1 \sin^2 \mu - L_2 \sin 2\mu) \right\} \\ + p^2 \left\{ L \sin 2\mu - L_1 \sin 2\mu + 2L_2 \cos 2\mu \right\} \\ + [-M \sin 2\mu + M_1 \sin 2\mu - 2M_2 \cos 2\mu] = 0. \end{aligned} \right.$$

Per fare in questa equazione  $\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \mu} = 0$ , condizione del minimo di  $\mathcal{A}$ , osserveremo che anche  $\frac{\partial p}{\partial \mathcal{A}}$  può contemporaneamente essere zero. La condizione necessaria del minimo di  $\mathcal{A}$  è quindi inclusa nella seguente eguaglianza:

$$(5) \quad p^2 [\sin 2\mu (L - L_1) + 2L_2 \cos 2\mu] - \sin 2\mu (M - M_1) - 2M_2 \cos 2\mu = 0.$$

Si vuole ora dare al problema la seguente limitazione: il minimo nella deviazione deve avvenire, quando il piano d'onda è parallelo alla prima bisettrice del prisma. Avremo da porre  $\mu = 90^\circ$ . Con ciò la condizione del minimo di  $\mathcal{A}$  prende la forma

$$p^2 L_2 - M_2 = 0;$$

ossia sostituendo i valori di  $L_2$  e  $M_2$  dalle 3:

$$(6) \quad p^2 [(b^2 + c^2) \alpha \alpha_1 + (c^2 + a^2) \beta \beta_1 + (a^2 + b^2) \gamma \gamma_1] - [b^2 c^2 \alpha \alpha_1 + c^2 a^2 \beta \beta_1 + a^2 b^2 \gamma \gamma_1] = 0.$$

Affinchè sussista questa equazione unitamente alla

$$\alpha \alpha_1 + \beta \beta_1 + \gamma \gamma_1 = 0,$$

conviene che dapprima uno dei coseni sia zero:  $\alpha = 0$ . Posto ciò, si ha <sup>(1)</sup>

$$\beta \beta_1 = -\gamma \gamma_1$$

e quindi dalla (6)

$$p^2 = a^2.$$

Si noti che questa è condizione generale del minimo di  $\mathcal{A}$ , perchè essa vi include anche  $\beta = 0$ , o  $\beta_1 = 0$  ecc. <sup>(2)</sup>.

Per  $\beta = 0$  si avrebbe  $\alpha \alpha_1 = -\gamma \gamma_1$ , e quindi  $p^2 = b^2$   
 "  $\gamma = 0$  "  $\alpha \alpha_1 = -\beta \beta_1$  "  $p^2 = c^2$

<sup>(1)</sup> Th. Liebisch, Neues Jahrbuch f. Min. etc., 1900, vol. I, 61.

<sup>(2)</sup> C. Viola, Zeitschr. f. Krystall., 1899, vol. 32, 68-69.

Vale perciò il teorema:

D. *Il piano d'onda parallelo alla prima bisettrice del prisma dà una minima deviazione, ove esso sia perpendicolare ad un piano di simmetria ottica del cristallo* (1); e dai precedenti teoremi risulta ancora il seguente:

E. *Avvenendo una deviazione minima con un piano d'onda parallelo alla prima bisettrice del prisma, la deviazione laterale è nulla, come quando il piano d'onda è parallelo allo spigolo del prisma.*

Con l'aiuto degli importanti teoremi D ed E possiamo servirci del metodo della minima deviazione per determinare gli indici principali  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  di rifrazione di un cristallo otticamente biassico, senza che il prisma abbia una orientazione speciale, e senza conoscerne l'orientazione.

Nella figura annessa è tracciata forte in proiezione stereografica la linea, quale luogo del polo  $s$ , per cui la deviazione è minima. Ove questa linea taglia il cerchio  $Y_0O$  sono le posizioni del polo  $s$ , essendo nulla la deviazione laterale; e tali posizioni corrispondono agli indici principali di deviazione  $\alpha \beta \gamma$ . Non è dunque necessario di conoscere l'orientazione del prisma, ma essa anzi risulta indirettamente cercando le posizioni dei minimi, essendo  $g_1 = g_2$ . Per la determinazione di  $\alpha \beta \gamma$  si farà uso delle equazioni (III).

I due teoremi A e D furono già dimostrati da me in una precedente Nota (2). Ora viene in aggiunta anche il teorema E senza del quale il teorema D non potrebbe avere una pratica applicazione.

Th. Liebisch nella sua pregevole cristallografia fisica, studiando il problema della deviazione minima, si arrestò a un caso isolato, che egli credeva l'unico possibile. In seguito nell'ultima sua Nota sopra citata convenne nel teorema generale per onde piane parallele allo spigolo del prisma, come fu dimostrato da me; teorema, che discende dal teorema D ove l'azimut  $\mu$  è zero.

Fino a ora due erano i metodi, che si usavano per determinare gli indici di rifrazione di un cristallo mediante un prisma: o si lasciava al prisma una qualunque orientazione e si calcolavano più onde piane, e più velocità corrispondenti, metodo oltremodo laborioso; ovvero si tagliava il prisma nel cristallo, facendo sì che la prima o la seconda bisettrice del prisma fosse parallela ad uno dei tre assi di simmetria ottica del cristallo, metodo dispendioso e non sempre possibile, nè esatto specialmente per cristalli triclini. Ora invece i due teoremi D ed E ci insegnano che vi è un altro metodo più semplice e più pratico, quello cioè di lasciare arbitraria e incognita l'orientazione del prisma, e di andare in traccia delle posizioni ove la deviazione laterale è

(1) C. Viola, op. cit., 69.

(2) C. Viola, Zeitschr. f. Krystall., 1899, vol. 32, 66-69; vedi anche C. Viola, Zeitschr. f. Instrumentenkunde, 1899, 276, e anche Th. Liebisch, op. cit.

nulla; ivi la minima deviazione e l'angolo azimutale sono i dati sufficienti per determinare il corrispondente indice di rifrazione principale.

Avendo io in animo di eseguire fra breve delle esperienze con un apparecchio, che si sta costruendo, mi riservo di esaminare il grado dell'esattezza, che con questo metodo è raggiungibile.

*Osservazione.* La condizione necessaria del minimo di  $\mathcal{A}$  per  $\mu = 90^\circ$  è  $p = a$ , ovvero  $p = b$  o  $p = c$ ; Ma questa condizione è anche sufficiente. Infatti facendo  $\mu = 90^\circ$ , e dando a  $p$  i valori testè accennati, risulta dalla equazione 4:

$$\frac{\partial p}{\partial \mathcal{A}} \cdot \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \lambda} = 0;$$

vale a dire può essere  $\frac{\partial p}{\partial \mathcal{A}} = 0$ , o  $\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \lambda} = 0$ , ovvero possono annullarsi entrambi. — Per  $p = a, b, c$  è certo  $\frac{\partial p}{\partial \mathcal{A}} = 0$ , perchè infatti  $p$  è massimo o minimo; ma è pure  $\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \lambda} = 0$ , perchè in vicinanza di  $a, b, c$  il valore di  $n$  è costante, e si entra nel caso dei corpi isotropi.

**Fisica terrestre.** — *Sismoscopio elettrico a doppio effetto per le scosse sussultorie.* Nota di G. AGAMENNONE, presentata dal Socio P. TACCHINI.

In questi stessi Rendiconti ho già descritto un sismoscopio assai delicato e poco dispendioso, destinato per le scosse ondulatorie (1). Vengo ora a far conoscere un altro sismoscopio non meno sensibile ed economico, il quale è però destinato a mettere in evidenza la componente verticale che potrebbe accompagnare un dato movimento sismico. Il principio di questo nuovo strumento fu da me già esposto in una breve annotazione della Nota testè citata, ed un'idea generale del medesimo fu più tardi concretata in altra Nota, dove non si mancò di fare il confronto con altri strumenti congeneri anteriori (2). Ora che il sismoscopio in parola è stato costruito, potrà interessare di conoscerne anche i particolari della costruzione con l'aiuto dell'unita figura 1<sup>a</sup> (3):

(1) G. Agamennone, *Sopra un nuovo tipo di sismoscopio.* Rend. della R. Acc. dei Lincei, ser. 5<sup>a</sup>, vol. VIII, pag. 41, seduta dell'8 gennaio 1899.

(2) G. Agamennone, *Ulteriori modificazioni al sismoscopio elettrico a doppio effetto.* Boll. della Soc. Sism. Ital., vol. IV (1898), pag. 277.

(3) Lo strumento è stato costruito dal sig. L. Fascianelli, meccanico dell'Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, e non viene a costare più d'una quarantina di lire italiane, compresa la spesa d'imballaggio.