ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVII.

1900

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME IX.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1900

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 20 maggio 1900.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica terrestre. — *Sopra il sismografo a pendolo verticale.* Nota di C. VIOLA, presentata dal Socio BLASERNA.

Il pendolo verticale di un sismografo traccia sopra una striscia di carta attaccata al suolo, e quindi mobile con la terra, il moto relativo fra la superficie della terra e il pendolo, che idealmente dovrebbe rimanere immobile. Per ottenere un diagramma praticamente utile, la striscia di carta riceve nel momento del principio della scossa un moto rapido di traslazione uniforme, e il moto relativo fra terra e pendolo è ingrandito col sussidio di lunghi bracci.

Essendo il pendolo molto lungo (10 metri circa) e la sua massa molto grande (500 Kg.), le oscillazioni sue proprie sono piccolissime e trascurabili, e in ogni modo calcolabili e quindi conosciute.

Stante questa disposizione di un sismografo a pendolo verticale, che si è anche perfezionata in quest' ultimo tempo da noi e anche per opera di scienziati giapponesi, il sismografo dovrebbe essere in grado di dare l' istante, in cui avviene la prima scossa del terremoto ondulatorio, di indicare le scosse successive e la loro durata, la direzione e il verso di propagazione del terremoto.

Io mi propongo di dimostrare che un sismografo a pendolo verticale lungo, non può dare altro che l' istante in cui avviene la scossa, essendo illusorî gli altri dati, e dei quali non si dovrebbe tenere conto, ammessa l' ipotesi che il terremoto ondulatorio consista effettivamente in un moto della crosta terrestre, come i più suppongono.

Riferiamo i singoli punti di un sismografo ad un sistema ortogonale di coordinate, e sia l'origine nel punto di sospensione del pendolo per lo stato d'equilibrio, e l'asse z positivo verticale rivolto in basso. Consideriamo il centro di massa, in cui si può imaginare concentrata la massa del pendolo, ed $x\,y\,z$ siano le sue coordinate nel tempo t, e $\xi\,\eta\,\zeta$ le coordinate del centro di sospensione nello stesso istante.

L'equazione di condizione del moto del pendolo sarà pel caso nostro

$$(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2=l^2\,,$$

essendo l la lunghezza del pendolo. Chiamando con g l'accelerazione della gravità, le equazioni del moto del centro di massa saranno le seguenti:

$$1)\qquad \begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2}=\lambda^2\,(x-\xi) \\[2ex] \dfrac{d^2y}{dt^2}=\lambda^2\,(y-\eta) \\[2ex] \dfrac{d^2z}{dt^2}=\lambda^2\,(z-\zeta)+g\,. \end{cases}$$

Gli spostamenti ξ, η, ζ del centro di sospensione sono composti di due parti, cioè di $\xi_1\,\eta_1\,\zeta_1$ dovuti al moto della terra, e di $\xi_2\,\eta_2\,\zeta_2$ dovuti alla oscillazione propria della parete, del pilastro o della volta a cui il pendolo è sospeso, sicchè si ha

$$\xi=\xi_1+\xi_2\,,\qquad \eta=\eta_1+\eta_2\,,\qquad \zeta=\zeta_1+\zeta_2\,,$$

coordinate, che sono funzioni del tempo, e per lo più periodiche.

Un punto della striscia di carta, sulla quale il pendolo traccia il diagramma, si sposterà delle quantità $\xi_1\,\eta_1\,\zeta_1$ per effetto del moto della superficie della terra, e bene inteso trascurando il moto uniforme di scorrimento della striscia di carta, il quale ha il solo scopo di rendere più visibile il movimento. Essendo, come si disse, x, y, z le coordinate del pendolo nel tempo t, le quantità, che saranno misurabili sulla striscia di carta, sono

$$x-\xi_1=\varepsilon \quad \text{e} \quad y-\eta_1=\vartheta\,.$$

La quantità

$$l-z-\zeta_1=\delta$$

relativa al moto verticale della terra e del pendolo non può darci un pendolo verticale, e quindi di essa non teniamo conto. Affinchè sia possibile di determinare gli spostamenti della terra nel senso orizzontale ξ_1 ed η_1 con le escursioni ε ed ϑ, che il pendolo traccia sulla striscia di carta, dovrebbero x ed y essere esprimibili mediante ξ_1 ed η_1.

Ora ciò non è, come apparisce già chiaro dalle equazioni differenziali 1), e come può riuscire più evidente integrando le dette equazioni.

Osserviamo che l'integrale generale dell'equazione lineare

$$\frac{d^2u}{dt^2} - \lambda^2 u = f(t)$$

è

$$u = [C_1 e^{\lambda t} + C_2 e^{-\lambda t}] + \frac{1}{2\lambda}\left\{ e^{\lambda t}\int_0^t f(t)\,.\,e^{-\lambda t}dt - e^{-\lambda t}\int_0^t f(t)\,.\,e^{+\lambda t}dt \right\}$$

essendo C_1 C_2 due costanti determinabili con i valori iniziali di u e $\frac{du}{dt}$ per $t = 0$. Trattandosi di un pendolo molto lungo e di oscillazioni molto piccole, le due costanti C_1 C_2 saranno trascurabili nell'espressione di u.

Un pendolo verticale per sua natura non può indicare il movimento ondulatorio verticale della terra; egli è quindi che possiamo senz'altro fare a meno della terza delle due equazioni differenziali 1).

Le due prime ci danno senz'altro:

$$2a) \qquad x = \frac{1}{2\lambda}\left\{ e^{\lambda t}\int_0^t (\xi_1 + \xi_2)\, e^{-\lambda t}dt - e^{-\lambda t}\int_0^t (\xi_1 + \xi_2)\, e^{\lambda t}dt \right\}$$

$$2b) \qquad y = \frac{1}{2\lambda}\left\{ e^{\lambda t}\int_0^t (\eta_1 + \eta_2)\, e^{-\lambda t}dt - e^{-\lambda t}\int_0^t (\eta_1 + \eta_2)\, e^{+\lambda t}dt \right\},$$

dove λ è una costante, che si può facilmente determinare. Nel caso di oscillazioni piccolissime, essa è molto prossimamente data da:

$$\lambda = \sqrt{\frac{g}{l}}\,.$$

Dalle due espressioni $2a$, b si vede in primo luogo che il moto del pendolo dato da x ed y non cade nel piano della propagazione della scossa dato da ξ_1 ed η_1; infatti, anche se fosse $\eta_1 = 0$, y ha un valore diverso di zero. Ciò dipende dagli spostamenti ξ_2 η_2 del centro di sospensione, i quali sono funzione oltrechè del tempo anche del momento di inerzia della parete, del pilastro o della volta, a cui il pendolo è sospeso. In secondo luogo si vede che ξ_1 ed η_1 non sono determinabili con la sola conoscenza delle escursioni ε e ϑ, senza che siano noti in ogni istante ξ_2 ed η_2. E se questi si supponessero nulli, la determinazione di ξ_1 ed η_1 sarebbe tuttavia legata alla conoscenza della forma delle funzioni

$$\xi_1 = \varphi_1(t), \qquad \eta_1 = \psi_1(t).$$

Da ciò concludiamo che un sismografo a pendolo verticale lungo, non può dare nè la direzione, nè il verso, nè la durata di un'ondulazione sismica.

Eppure è innegabile che i sismografi di precisione, collocati nei centri più importanti, hanno precisamente lo scopo di fornire questi tre dati; e li somministrano effettivamente con molta coincidenza fra loro. Ciò vuol dire che le ondulazioni sismiche, che noi crediamo di osservare nei sismografi a pendolo verticale, forse non esistono; ma il fenomeno è invece dovuto ad uno spostamento oscillatorio della verticale.

Siano $\varphi_1\ \varphi_2\ \varphi_3$ gli angoli che la verticale positiva fa, nel tempo t, con gli assi x, y, z. Poichè in questo caso il centro di sospensione è fermo, le equazioni del moto del pendolo saranno:

$$3)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \lambda^2 x + g\cos\varphi_1 \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \lambda^2 y + g\cos\varphi_2 \end{aligned}\right.$$

volendo escludere la terza equazione differenziale per le stesse ragioni di prima.

Faremo:

$$\cos\varphi_1 = \frac{u}{l} \qquad \cos\varphi_2 = \frac{v}{l}$$

e per approssimazione $\lambda^2 = \frac{g}{l}$, con che si avrà:

$$4)\quad \left\{\begin{aligned} \xi &= \frac{l}{g}\cdot \quad \frac{d^2x}{dt^2} - x \\ \eta &= \frac{l}{g}\cdot \quad \frac{d^2y}{dt^2} - y \end{aligned}\right.$$

Ricordiamo che x ed y sono in questo caso le escursioni, che direttamente si misurano sulla striscia di carta; le seconde derivate rispetto al tempo si possono calcolare graficamente; e le due equazioni 4) ci danno direttamente gli spostamenti della verticale secondo x ed y.

Le conclusioni che potremo trarre da questo esame, sono le seguenti.

Se le oscillazioni che si avvertono nel sismografo, sono dovute esclusivamente ad un'ondulazione della crosta terrestre, il sismografo a pendolo verticale non può essere in grado di dare nè la durata, nè la direzione della scossa. Se all'opposto esso dà effettivamente l'una e l'altra, come entro certi limiti potremo controllare con i sismografi di altre stazioni, o della stessa stazione ma fondati sopra principio diverso, saremo indotti a ritenere che i dati offerti dal sismografo a pendolo e ritenuti buoni, sono dovuti non ad un'ondulazione della crosta terrestre, ma bensì ad una variazione periodica, o meglio ancora oscillatoria della verticale. Così solamente si possono interpretare le equazioni 4) messe in paragone con le equazioni 2).

Se i sismologi vorranno rivolgere i loro studî e le loro osservazioni a questo nuovo problema, che io ho voluto indicare, ritengo che i risultati dotati della massima precisione, metteranno in sodo fino a quale punto le ondulazioni lontane dal cosidetto epicentro siano da riguardarsi come illusorie, e dove ha da ritenersi variabile la direzione della gravità, e a quali leggi questa variazione periodica va soggetta.

Anche il sismografo a pendolo verticale doppio, come varie volte fu proposto e perfezionato da Milne, ed è preferito nelle stazioni sismodinamiche del Giappone, è costruito sullo stesso principio del sismografo a pendolo verticale semplice, perchè il secondo pendolo di cui l'apparecchio è munito, non ha altro scopo che di ingrandire il moto relativo del primo. Talchè le nostre considerazioni vanno estese, quasi senza modificazioni, anche al sismografo a pendolo doppio; e questo, come il primo, può essere indicato per fare un po' di luce sulla questione dei moti sismici.

Geologia. — *I terreni carboniferi di Seui ed oolitici della Perdaliana in Sardegna.* Nota di L. Pampaloni, presentata dal Socio C. De Stefani.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sulle proprietà dell' ipoazotide come solvente.* Nota di G. Bruni e P. Berti, presentata dal Socio G. Ciamician.

In seguito ai numerosi studî eseguiti negli ultimi anni sulla dissociazione elettrolitica in solventi diversi dall'acqua, si presentò naturalmente ai chimici come importantissima da risolvere la questione: quali siano le cause che determinano il potere dissociante dei solventi, o su esso influiscono. Mentre da un lato vennero architettate diverse teorie per mettere in relazione questa forza jonizzante con varie proprietà fisische e chimiche dei corpi, d'altra parte venne accumulato un materiale sperimentale abbastanza abbondante studiando il comportamento di un gran numero di solventi.

Come tali vennero quasi esclusivamente impiegate sostanze organiche [1], mentre i corpi inorganici erano stati, fino a poco tempo fa, quasi del tutto trascurati. Recentemente però venne studiato il comportamento di varî solventi inorganici, sia misurando la conducibilità elettrolitica di sali in essi sciolti, sia impiegandoli per determinazioni di pesi molecolari coi metodi crioscopico od ebullioscopico.

[1] Wöllmer, Wied. Ann., *52*, 328; Wiedemann, Zeitschr. physik. Ch., XIV, 231; Schall, ibidem, XIV, 701; Andrews e Ende, ibidem, XVII, 136; v. Laszczinsky, Zeitschr. Elektrochemie, II, 55, 214; Carrara, Gazz. chim. ital., XXVI, I, 119, 195; ibidem, XXVII, I, 207, 422; Zelinsky u. Krapiwin, Zeitschr. f. physik. Ch., XXI, 35; Zanninowich-Tessarin, Gazz. chim. ital., XXVI, I, 311; v. Laszczinsky u. Gorski, Zeitschr. Elektrochem., IV, 290; Dampier Whetam, Phil. Mag., *44*, 1-9; Dutoit e Aston, Comptes rendus, *125*, 240; Dutoit e Friderich, Bull. Soc. Chim., XIX, 321; Jones, Zeitschr. physik. Ch., XXI (Iubelband), 114, ecc.