ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVII.

1900

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME IX.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1900

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 16 settembre 1900.

Matematica. — *Sulla deformazione delle congruenze e sopra alcune classi di superficie applicabili.* Nota del Socio L. Bianchi.

1. In una mia Nota, pubblicata in questi Rendiconti (19 febbraio 1899), e più completamente nella Memoria: *Sulla teoria delle trasformazioni delle superficie a curvatura costante* (1), occupandomi dei notevoli teoremi di Guichard sulla deformazione delle quadriche di rotazione, li ho collegati alla teoria della deformazione delle congruenze normali. In questo modo di deformazione, considerato da Beltrami, i raggi della congruenza escono dai punti di una superficie S, che seco trasporta nelle sue flessioni i raggi, invariabilmente legati agli elementi lineari del piano tangente uscenti dal punto di contatto (punto di partenza del raggio). Ma vi ha un secondo modo di deformare le congruenze, che è in certa guisa il duale di questo; esso venne considerato da Ribaucour, ed è di questo che trattiamo nella presente Nota.

Pensiamo per ciò una superficie Σ flessibile ed inestendibile ed i suoi piani tangenti π, che accompagnano Σ nelle sue flessioni. In ogni piano tangente π di Σ immaginiamo tracciata *una* retta r, che riguardiamo come invariabilmente fissata in π; avremo così una congruenza C di raggi che, al flettersi di Σ, assumerà un' infinità di configurazioni diverse; diremo allora che la congruenza C si deforma *al modo di Ribaucour*.

(1) Annali di Matematica, t. III, Serie 3ª, 1899.

Un teorema fondamentale, dovuto allo stesso Ribaucour, e che fa perfettamente riscontro al teorema di Beltrami nel primo modo di deformazione, è dato dalla proposizione seguente:

Se in una particolare forma di Σ la congruenza C ammette una superficie ortogonale S (e quindi infinite), lo stesso avverrà, comunque deformando la Σ; ed anzi il luogo dei medesimi punti di S, trasportati invariabilmente coi raggi di C nelle flessioni di Σ, rimarrà sempre una superficie normale ai raggi.

Ciò premesso, noi supponiamo di più che la superficie S, in una particolare configurazione della congruenza C, sia una superficie d'area minima, ovvero abbia costante la curvatura assoluta K, e domandiamo di risolvere il problema seguente:

Come deve essere scelta la superficie Σ *e la congruenza* C *di raggi (giacenti al modo di Ribaucour nei piani tangenti di* Σ*), affinchè la superficie* S *normale ai raggi di* C *rimanga, in tutte le flessioni di* Σ*, una superficie d'area minima? ovvero serbi sempre la stessa curvatura costante* K?

Nella presente Nota, sopprimendo tutte le dimostrazioni, che troveranno posto in più ampio lavoro, indico la soluzione completa del problema, che conduce a classi di superficie applicabili, collegate in modo singolare, dalla costruzione del problema stesso, colle superficie d'area minima e con quelle di curvatura costante [1].

La più notevole di queste classi è quella definita dall'elemento lineare

$$ds^2 = e^{2v}\, du^2 + \{c + 2\,(u + v)\, e^{2v}\}\, dv^2,$$

dove c è una costante. Le superficie di questa classe vengono a collegarsi, in modo inaspettato e singolare, coi sistemi tripli ortogonali contenenti una serie di superficie a curvatura costante.

2. Escludiamo il caso in cui i raggi della congruenza C passano pei rispettivi punti di contatto dei piani tangenti Σ, la risposta alla questione proposta essendo allora già implicitamente contenuta nel teorema di Weingarten, che ci fornisce in questo caso come superficie Σ le evolute delle superficie d'area minima, o quelle delle superficie a curvatura costante.

In ogni piano tangente π di Σ conduciamo, pel punto M di contatto, la perpendicolare MP sul raggio r della congruenza C, ivi tracciato. Assumiamo sulla Σ a linee coordinate $u =$ cost. quelle inviluppate dalle dette perpendicolari MP e a linee $v =$ cost. le loro traiettorie ortogonali, le cui tangenti riescono dunque rispettivamente parallele ai raggi di C. Indicando

[1] Nel caso delle superficie S a curvatura costante, il Darboux ha già trovato come forma *possibile* di elemento lineare per le superficie Σ quello di una quadrica (immaginaria) tangente in un solo punto al circolo immaginario all'infinito (Comptes rendus de l'Académie, 27 mars 1899). Della relazione fra i miei risultati attuali e quelli di Darboux tratterò nella estesa Memoria che sto preparando.

poi con μ il punto, ove il raggio r sega normalmente la superficie S, poniamo

$$\Lambda = \mathrm{MP}, \quad \mathrm{T} = \mathrm{P}\mu;$$

saranno Λ, T due funzioni di u, v, che basterà conoscere per avere perfettamente definita la congruenza C, e la superficie S normale ai suoi raggi.

a) Ciò premesso, se consideriamo dapprima il caso di una superficie S d'area minima, abbiamo: *La soluzione più generale del problema proposto, quando la superficie* S *debba mantenersi costantemente ad area minima, è data dalle superficie* Σ *d'elemento lineare*

$$ds^2 = a^2 \{du^2 + (2u + 2v + be^{2v})\, dv^2\},$$

indicando a, b due costanti.

Quando $b = 0$ questo elemento lineare appartiene ad una superficie di rotazione e precisamente alla complementare del paraboloide; i raggi di C escono dai punti della deformata del paraboloide e costituiscono la congruenza C associata al paraboloide nel primo teorema di Guichard [1].

Se $b \neq 0$, sostituendo alla Σ una sua omotetica, possiamo fare

$$(1) \qquad ds^2 = du^2 + (2u + 2v + e^{2v})\, dv^2$$

e le formole che definiscono Λ, T sono

$$\Lambda = \sqrt{2u + 2v + e^{2v}}, \quad \mathrm{T} = \tfrac{1}{2} - (u + v).$$

È noto come la classe *completa* delle superficie d'elemento lineare (1) è stata determinata da Weingarten [2]. Ciò che di nuovo vi si aggiunge colle presenti ricerche è il legame geometrico di queste superficie di Weingarten colle superficie d'area minima, legame sul quale ritorniamo nel n. seguente trattando il problema d'inversione.

b) Veniamo ora al secondo caso, in cui la superficie S debba mantenere costante la curvatura K. Allora troviamo due classi distinte di superficie Σ che risolvono il problema: *Le superficie* Σ *della prima classe sono quelle d'elemento lineare*

$$(2) \qquad ds^2 = e^{2\tau}\, du^2 + \left\{ \mathrm{C}e^{-2v} - \frac{a}{a+1}\, e^{2\tau} + \frac{a}{\mathrm{K}} \right\} dv^2,$$

essendo $\tau = av - (a+1)\,u$ *ed* a, C *due costanti arbitrarie; si ha inoltre*

$$\Lambda = \sqrt{\mathrm{G}} = \sqrt{\mathrm{C}e^{-2v} - \frac{a}{a+1}\, e^{2\tau} + \frac{a}{\mathrm{K}}}$$

$$\mathrm{T} = \sqrt{\mathrm{E}} = e^{\tau}.$$

[1] V. la mia Memoria citata (Prefazione).

[2] Comptes rendus de l'Académie, t. CXII, pag. 607 et 706; v. Darboux, *Leçons*, t. IV, pag. 308 ss.

Quando $C = 0$ la superficie Σ d'elemento lineare (2) è applicabile sopra una superficie di rotazione, e la sua complementare è applicabile sopra una delle cinque superficie fondamentali di rotazione considerate nella mia citata Memoria e corrispondenti alle superficie di curvatura costante (cfr. particolarmente § 8, Mem. c.). I raggi della congruenza escono dai punti della deformata di una di queste cinque superficie e costituiscono la congruenza ad essa associata (l. c.).

Se $C \neq 0$, si può fare, senza alterare la generalità, $C = \pm 1$ e resta anche in questo caso nell'elemento lineare (2) un solo parametro essenziale, la costante a.

Ma nel caso attuale di una superficie S a curvatura costante K abbiamo una seconda classe di superficie Σ, che risolvono il problema proposto:

Le superficie Σ di questa seconda classe hanno l'elemento lineare

$$ds^2 = e^{-2v}\, du^2 + \left\{ 2\,(v - u)\, e^{-2v} - \frac{1}{K} \right\} dv^2 \tag{3}$$

e si ha anche qui

$$\Delta = \sqrt{G} = \sqrt{2\,(v - u)\, e^{-2v} - \frac{1}{K}}$$

$$T = \sqrt{E} = e^{-v}\,.$$

3. Da quanto sopra abbiamo detto, risulta una costruzione geometrica per dedurre da una superficie nota Σ d'elemento (1) di Weingarten una superficie S d'area minima, ovvero da una superficie nota Σ d'elemento lineare (2) o (3) una superficie a curvatura costante K. Ma il problema più interessante è quello che dà l'*inversione* di questi risultati. Supponiamo cioè data una superficie S d'area minima, ovvero a curvatura costante K, e domandiamo di condurre per ogni normale di S un piano in guisa che l'inviluppo di questi ∞^2 piani sia una superficie Σ d'elemento lineare (1) nel primo caso, ovvero (2) o (3) nel secondo, e tale di più che la Σ stia colla S precisamente nella relazione geometrica del numero precedente. Ho già risoluto precedentemente il problema d'inversione nei due casi particolari seguenti:

1° per una superficie S d'area minima, quando l'inviluppo Σ dei piani condotti per le sue normali debba avere l'elemento lineare della complementare del paraboloide

$$ds^2 = du^2 + 2\,(u + v)\, dv^2.$$

2° per una superficie S a curvatura costante K quando l'elemento lineare dell'inviluppo Σ debba avere la forma (2) con $C = 0$ [1].

La risoluzione del problema speciale si è vista dipendere dalla integrazione di un sistema illimitatamente integrabile di equazioni simultanee alle

[1] V. la mia Nota nei Rendiconti (settembre 1899) e la Memoria più volte citata.

derivate parziali, di guisa che da una medesima superficie S derivano ∞^3 superficie Σ.

Del tutto analogo è il risultato nel caso generale, di cui ora trattiamo. Ed anzi, quando la superficie Σ debba avere l'elemento lineare (1) di Weingarten, ovvero l'elemento (2), l'indicato sistema di equazioni simultanee rimane lo stesso; il caso speciale si distingue dal generale per questo soltanto che nel primo occorre annullare una delle costanti d'integrazione, alla quale è da attribuirsi invece nel secondo un valore non nullo.

Scriviamo le equazioni dell'indicato sistema sotto la forma più generale, in guisa da abbracciare tutti i casi possibili. Per ciò riguardiamo le superficie d'area minima e le superficie a curvatura costante, insieme colle loro parallele, come appartenenti ad un'unica classe di superficie, nelle quali i raggi principali di curvatura r_1, r_2 sono legati fra loro da una relazione bilineare, simmetrica:

$$ar_1 r_2 + b(r_1 + r_2) + c = 0 \tag{4}$$

a coefficienti costanti a, b, c [1]. Inversamente si vede subito che ad una tale superficie è parallela una superficie minima, se $a = 0$, ed invece una superficie a curvatura costante per $a \neq 0$. Abbiasi ora una superficie S, riferita ad un sistema qualunque di coordinate u, v, e siano nelle solite notazioni:

$$\begin{aligned} &E du^2 + 2\,F\,du\,dv + G dv^2 \\ &D du^2 + 2\,D' du\,dv + D'' dv^2 \end{aligned}$$

le sue due forme quadratiche fondamentali. Indicando con Φ, W due funzioni incognite di u, v, e con α, β, γ tre costanti, si consideri il seguente sistema di equazioni simultanee alle derivate parziali per Φ, W:

$$\text{(A)} \quad \begin{cases} \Phi_{11} = (\alpha E + \beta D)\,\Phi + (\beta E + \gamma D)\,W \\ \Phi_{12} = (\alpha F + \beta D')\,\Phi + (\beta F + \gamma D')\,W \\ \Phi_{22} = (\alpha G + \beta D'')\,\Phi + (\beta G + \gamma D'')\,W \end{cases}$$

$$\text{(B)} \quad \begin{cases} \dfrac{\partial W}{\partial u} = \dfrac{GD - FD'}{EG - F^2}\dfrac{\partial \Phi}{\partial u} + \dfrac{ED' - FD}{EG - F^2}\dfrac{\partial \Phi}{\partial v} \\ \dfrac{\partial W}{\partial v} = \dfrac{GD' - FD''}{EG - F^2}\dfrac{\partial \Phi}{\partial u} + \dfrac{ED'' - FD'}{EG - F^2}\dfrac{\partial \Phi}{\partial v}, \end{cases}$$

dove Φ_{11}, Φ_{12}, Φ_{22} sono le *derivate seconde covarianti* della funzione Φ, costruite rispetto alla prima forma fondamentale [2]. Si osserverà subito il

[1] Escludiamo, come privo d'interesse, il caso in cui si annulli il determinante $b^2 - ac$ della relazione bilineare. Allora è costante uno dei raggi di curvatura, cioè la S è una superficie canale.

[2] V. le mie *Lezioni di geometria differenziali*, cap. II.

carattere *invariantivo* di questo sistema rispetto alle trasformazioni di coordinate.

Ora, se si scrivono le condizioni d'integrabilità pel nostro sistema (A), (B), si trova che esse sono *identicamente* soddisfatte allora, ed allora soltanto quando fra la curvatura assoluta $K = \frac{1}{r_1 r_2}$ e la media $H = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ della superficie S sussista la relazione lineare intera

$$(5) \qquad (\gamma + 1) K - \beta H + \alpha = 0,$$

che è evidentemente appunto una relazione fra r_1, r_2 della forma (4) sopra considerata [1]. Viceversa, se la (4) è data, possiamo prendere le costanti α, β, γ in (5) in guisa da identificarla colla (4); anzi una delle tre costanti α, β, γ resterà arbitraria e le altre due saranno funzioni lineari intere di questa. Scelte α, β, γ in questo modo opportuno, il sistema (A), (B) sarà illimitatamente integrabile e nella sua soluzione più generale (Φ, W) entreranno quindi *quattro* costanti arbitrarie, cioè i valori iniziali di

$$\Phi, \; W, \; \frac{\partial \Phi}{\partial u}, \; \frac{\partial \Phi}{\partial v}$$

per un sistema iniziale (u_0, v_0) di valori delle variabili indipendenti u, v.

È poi da osservarsi che, in virtù delle (A), (B) stesse, l'espressione

$$\Delta_1 \Phi - \alpha \Phi^2 - 2\beta \Phi W - \gamma W^2 \; [2]$$

è in ogni caso una costante C; si ha dunque:

$$(6) \qquad \Delta_1 \Phi = \alpha \Phi^2 + 2\beta \Phi W + \gamma W^2 + C.$$

Ciò premesso, la soluzione del problema d'inversione, nel caso delle superficie Σ d'elemento lineare (1) o (2), è data dal seguente teorema:

Prendasi una coppia qualunque (Φ, W) *di soluzioni del sistema* (A), (B) *e si considerino i piani normali alle linee* $\Phi =$ cost. *della superficie* S; *la superficie* Σ *inviluppo di questi* ∞^2 *piani avrà appunto l'elemento*

[1] La (5) è un'identità solo quando

$$\alpha = \beta = 0, \quad \gamma = -1;$$

allora le equazioni (A), (B) del testo diventano le equazioni fondamentali della teoria della superficie, ove si faccia

$$\Phi = x, \; y, \; z$$
$$W = -X, -Y, -Z.$$

V. *Lezioni*, ccc., cap. IV).

[2] Con $\Delta_1 \Phi$ si indica il parametro differenziale primo della funzione Φ, costruito rispetto alla prima forma fondamentale, cioè:

$$\Delta_1 \Phi = \frac{E\left(\frac{\partial \Phi}{\partial v}\right)^2 - 2F \frac{\partial \Phi}{\partial u} \frac{\partial \Phi}{\partial v} + G\left(\frac{\partial \Phi}{\partial u}\right)^2}{EG - F^2}.$$

lineare (1) *di Weingarten se* $a = 0$ (*ossia* $\alpha = 0$), *ed invece l'elemento lineare* (2) *per* $a \neq 0$.

Per scrivere le formole che danno in termini finiti l'inviluppo Σ, indichiamo con (x, y, z) le coordinate di un punto di S, con (X, Y, Z) i coseni di direzione della normale, ed infine con (ξ, η, ζ) le coordinate del punto di Σ corrispondente al punto M di S; avremo per le formole richieste:

$$(\mathrm{I})\quad \begin{cases} \xi = x - \dfrac{1}{\alpha\Phi + \beta \mathrm{W}} \left\{ \Delta(x, \Phi) + (\beta\Phi + \gamma \mathrm{W})\, \mathrm{X} \right\} \\[2ex] \eta = y - \dfrac{1}{\alpha\Phi + \beta \mathrm{W}} \left\{ \Delta(y, \Phi) + (\beta\Phi + \gamma \mathrm{W})\, \mathrm{Y} \right\} \\[2ex] \varepsilon = z - \dfrac{1}{\alpha\Phi + \beta \mathrm{W}} \left\{ \Delta(z, \Phi) + (\beta\Phi + \gamma \mathrm{W})\, \mathrm{Z} \right\}, \end{cases}$$

dove il simbolo $\Delta(x, \Phi)$ indica il parametro differenziale misto delle funzioni x, Φ, costruito rispetto alla prima forma fondamentale, e analogamente per $\Delta(y, \Phi)$, $\Delta(z, \Phi)$.

La superficie Σ definita dalle (I) avrà dunque l'elemento lineare (1) se $\alpha = 0$ ed invece l'elemento lineare (2) per $\alpha \neq 0$. In particolare, se la soluzione scelta (Φ, W) del sistema (A), (B) è tale da annullare nella (6) la costante C, la nostra superficie Σ sarà applicabile sopra una superficie di rotazione, e precisamente sulla complementare del paraboloide se $\alpha = 0$, o sulla complementare di una delle cinque superficie di rotazione ricordate al n. 2 quando $\alpha \neq 0$.

4. Dalle considerazioni del numero precedente sono rimaste escluse le superficie Σ d'elemento lineare (3). Per queste la soluzione del problema d'inversione è alquanto più riposta, ma altrettanto più notevole.

Essendo ora S una superficie a curvatura costante K, si consideri il seguente sistema *illimitatamente integrabile* d'equazioni simultanee alle derivate parziali seconde per *una* funzione incognita $\Phi(u, v)$:

$$(\mathrm{D})\quad \begin{cases} \Phi_{11} = c\mathrm{D} - \mathrm{KE}\Phi \\ \Phi_{12} = c\mathrm{D}' - \mathrm{KF}\Phi \\ \Phi_{22} = c\mathrm{D}'' - \mathrm{KG}\Phi, \end{cases}$$

ove c indica una costante che, se non è nulla, può farsi senza nuocere alla generalità $= 1$ [1]. La soluzione più generale Φ di questo sistema, del cui

[1] Questo sistema (D) può farsi derivare dal sistema (A) nel modo seguente: Si osservi che se in (A) non è simultaneamente $\beta = \gamma = 0$, non alteriamo in sostanza (A), se aggiungiamo ai tre secondi membri che eguagliano Φ_{11}, Φ_{12}, Φ_{22} rispettivamente i termini

$$c\mathrm{D},\ c\mathrm{D}',\ c\mathrm{D}''\ (c \text{ cost.}),$$

come si vede, cangiando Φ in $\Phi + \text{cost.}$, ovvero W in $\mathrm{W} + \text{cost.}$, ciò che non altera il

significato geometrico parliamo in appresso, contiene tre costanti arbitrarie. Ora il problema d' inversione per le superficie Σ d'elemento lineare (3) si risolve mediante le soluzioni del sistema (D) col seguente teorema:

Se $\Phi(u, v)$ è una particolare soluzione del sistema (D), *i piani normali alle linee $\Phi =$ cost. sulla superficie* S *di curvatura costante* K *inviluppano una superficie Σ d'elemento lineare* (3).

Le formole che danno, in termini finiti, la superficie inviluppo Σ, colle notazioni stesse del n. 3, sono le seguenti:

$$
(\mathrm{II}) \quad \left\{ \begin{aligned}
\xi &= x + \frac{1}{\mathrm{K}\Phi} \left\{ \Delta(x, \Phi) + c\mathrm{X} \right\} \\
\eta &= y + \frac{1}{\mathrm{K}\Phi} \left\{ \Delta(y, \Phi) + c\mathrm{Y} \right\} \\
\zeta &= z + \frac{1}{\mathrm{K}\Phi} \left\{ \Delta(z, \Phi) + c\mathrm{Z} \right\} .
\end{aligned} \right.
$$

Osserviamo ora che il sistema (D) nel caso $c = 0$ si riduce al ben noto sistema, considerato la prima volta da Weingarten, per la integrazione completa del quale è sufficiente la conoscenza delle linee geodetiche di S [1]. Le proprietà dei sistemi lineari dimostrano che, note le geodetiche di S, bastano quadrature per integrare il sistema (D) nel caso $c \neq 0$.

Ne concludiamo: *Da ogni superficie* S *a curvatura costante* K, *sulla quale siano note le linee geodetiche, si deducono con quadrature ∞^3 superficie d'elemento lineare* (3).

Veniamo infine al significato geometrico del sistema (D), che collega le superficie Σ d'elemento lineare (3) coi sistemi tripli ortogonali più generali, contenenti una serie (S) di superficie, ciascuna delle quali ha costante la curvatura [2]. Se S è una di queste superficie colla curvatura costante K, la distanza infinitesima, valutata sulla normale di S, fra questa superficie e la successiva nella serie (S) è proporzionale ad una funzione $\Phi(u, v)$ che soddisfa appunto al sistema (D). In tal caso le linee $\Phi =$ cost. sono sopra S le linee di equidistanza e quindi i piani normali delle linee $\Phi =$ cost. coincidono coi piani osculatori, nei punti di S, delle traiettorie ortogonali delle superficie a curvatura costante.

Per tal modo veniamo a stabilire la seguente singolare proprietà dei sistemi tripli ortogonali in discorso:

---

sistema (B). Ora, se nel sistema (A), così modificato, si pone $\beta = \gamma = 0$, e conseguentemente per la (5) $\alpha = -\mathrm{K}$ (K cost.), otteniamo appunto il sistema (D).

(1) V. *Lezioni*, § 311, pag. 525

(2) V. *Lezioni*, cap. XX.

In qualunque sistema triplo ortogonale, contenente una serie (S) *di superficie, ciascuna delle quali* S *ha costante la curvatura* K (*variabile dall'una all'altra superficie nella serie*) *i piani osculatori nei punti di una superficie* S *delle traiettorie ortogonali del sistema* (S) *inviluppano una superficie* Σ *d'elemento lineare* (3).

È manifesto che se si fa la medesima costruzione per una seconda superficie S′ della serie (S), e nello stesso tempo si riduce con un'omotetia la curvatura di S′ eguale a quella di S, le due superficie inviluppi Σ, Σ′ risulteranno applicabili l'una sull'altra.

Da ultimo osserviamo che nel caso particolare dei *sistemi di Weingarten* quando cioè la curvatura di tutte le superficie della serie (S) è la medesima costante K, l'inviluppo Σ risulta applicabile sulla superficie complementare della S rispetto ad un sistema di geodetiche uscenti da un punto fisso. Ed è appunto la considerazione di questo caso particolare, corrispondente al valore $c = 0$ della costante c nel sistema (D), che mi ha posto sulla via per risolvere il problema d'inversione nel caso generale.

Biologia. — *Primo resoconto sommario dell'esperimento contro la malaria fatto nei dintorni di Pesto sotto la direzione del Socio prof.* B. Grassi, *colla collaborazione dei dottori* Martirano, Blessich, Druetti *e* Gilblas *e coll'aiuto degli impiegati ferroviarî* Jacobelli *e* Marcovecchio.

L'esperimento venne fatto in parte a spese della Società ferroviaria Mediterranea, in parte col concorso della Società contro la malaria, all'uopo sussidiata dal Ministero dell'Interno e dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, in parte infine col provento della conferenza tenuta dal prof. Grassi il marzo scorso alla presenza di S. M. la Regina d'Italia.

Esso ebbe un duplice scopo:

I. Provare in modo assoluto ciò che il microscopio aveva già rivelato, vale a dire che la malaria si prende esclusivamente colla puntura di peculiari zanzare: gli Anofeli;

II. Vincere le difficoltà che possono incontrarsi nel mettere in pratica i nuovi dettami della scienza, desumendone le norme da adottarsi per liberare in pochi anni l'Italia dalla malaria.

Come luogo d'esperimento fu scelta dopo molte considerazioni la piana di Capaccio. Questa regione, che comprende anche Pesto, è tristamente famosa come *malaricissima*, a tal punto che nella stagione malarica, cioè dopo la festa di S. Antonio (13 giugno) fino a novembre, essa resta quasi spopolata perchè